

# Множественное тестирование

11 ноября 2015  
Ставровская Е.Д.

# Множественное тестирование

Вы бросили 6 костей и набрали 36. Вероятность события  $p \approx 2 \cdot 10^{-5}$ . Событие удивительное.

Вы бросили 6 костей 10 тыс. раз и набрали в одном из случаев 36. Удивительно ли это?

Общая постановка проблемы: есть много наблюдений (чисел). Хотелось бы среди них отобрать те, которые пришли не из модели  $H_0$  – т.е. «не случайны»

# Множественное тестирование. Поправка Бонферрони.

Мы просто умножаем вероятность события (=делим уровень значимости) на число испытаний. Если после такой процедуры Число останется достаточно маленьким, то мы продолжаем удивляться.

$$\alpha=0.5$$

$$Vp=p \cdot N=2 \cdot 10^{-5} \cdot 10^4=0.2 > \alpha$$

Не очень-то и удивительно!

# Контроль частоты ошибок

Есть набор наблюдений (чисел)  $\{x_1, \dots, x_n\}$ . Им можно поставить в соответствие вероятности (например,  $p_i = \Pr(\xi \geq x_i)$ ) Вероятности можно упорядочить:

$$0 \leq p_1 \leq p_2 \leq p_3 \leq p_3 \leq p_4 \leq \dots \leq p_N$$

Контроль частоты ошибок: хочется назвать номер  $n$ , такой что все эксперименты с  $i \leq n$  нас устраивают (пришли не из фона-шума), а остальные – нет.

# Benjamini Hochberg

$$0 \leq p_1 \leq p_2 \leq p_3 \leq p_3 \leq p_4 \leq \dots \leq p_N$$

Мы хотим контролировать долю ложных предсказаний (False Discovery Rate) на уровне  $\alpha$ .

$$\max i : \left( \frac{Np_i}{i} \right) \leq \alpha$$

# Пример для 10 p-value



# Пример: в выборке нет ТР

```
> set.seed(12345)
> pValues <- rep(NA,1000)
> for(i in 1:1000)
+ {
+ x <- rnorm(20)
+ pValues[i] <- t.test(x)$p.value
+ }
# Control false positive rate
> sum(pValues < 0.05) # ≈ 0.05*1000
[1] 51
# Control FWER
> sum(p.adjust(pValues, method="bonferroni") < 0.05)
[1] 0
# Control FDR
> sum(p.adjust(pValues, method="BH") < 0.05)
[1] 0
```

# Пример: в выборке 50% ТР

```
# Генерируем 500 выборок с mean = 0 и  
# 500 выборок с mean = 1.5 -> применяем t-test  
# тестирования среднего 0  
> set.seed(12345)  
> pValues <- rep(NA, 1000)  
> for(i in 1:500){pValues[i] <- t.test(rnorm(20))$p.value}  
> for(i in 501:1000){pValues[i] <- t.test(rnorm(20,  
+ mean=1.5))$p.value}  
# сохраняем правильные ответы  
> trueStatus <- rep(c("zero", "not zero"), each=500)
```



# Пример: в выборке 50% ТР

```
> trueStatus <- rep(c("zero", "not zero"), each=500)
```

```
# Control false positive rate
```

```
> table(pValues < 0.05, trueStatus)
```

```
trueStatus
```

	not zero	zero
FALSE	0	478
TRUE	500	22

```
# Control FWER
```

```
> table(p.adjust(pValues, method="bonferroni")<0.05, trueStatus)
```

```
trueStatus
```

	not zero	zero
FALSE	59	500
TRUE	441	0

```
# Control FDR
```

```
> table(p.adjust(pValues, method="BH")<0.05, trueStatus)
```

```
trueStatus
```

	not zero	zero
FALSE	0	487
TRUE	500	13