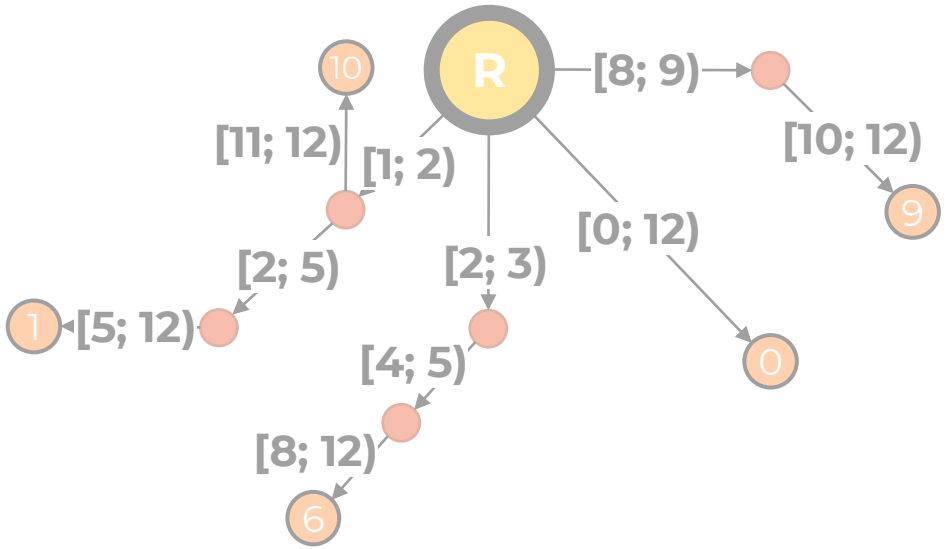


Ищем разные паттерны в одном тексте!

Суффиксное дерево

Что у нас сегодня?

1. Геномные данные
2. Суффиксный бор
3. Суффиксное дерево
4. Суффиксный массив

Какие алгоритмы поиска паттернов в тексте вы уже изучили?

Подумайте, как они применяются в биоинформатике.

А может ли стоять обратная задача?

Какие есть подходы поиска?

Просто поискать!

- Наивный поиск

Предобработать паттерн

- Автоматы
- КМП
- Рабин – Карп

Предобработать текст

- Суффиксный бор
- Суфф. дерево
- Суфф. массив

Суффиксный бор

Для построения суффиксного бора нам необходимо преобработать текст:

mississippi

Суффиксный бор

1. Добавим в конец слова специальный символ, которого нет в алфавите - **$**.

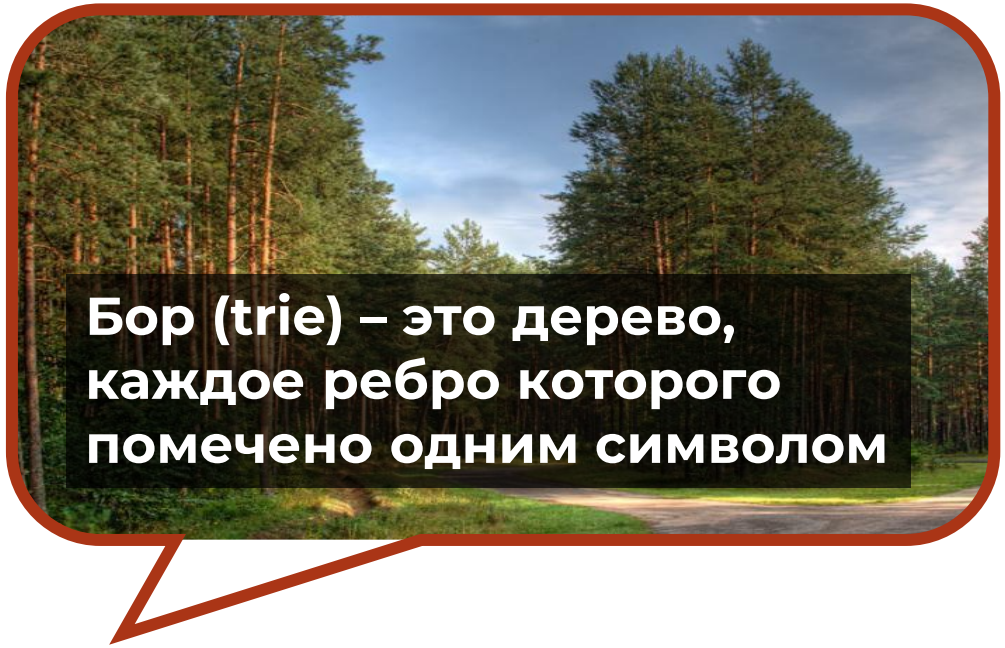
mississippi$

mississippi$

2. Выпишем все суффиксы получившегося слова кроме пустого и $:

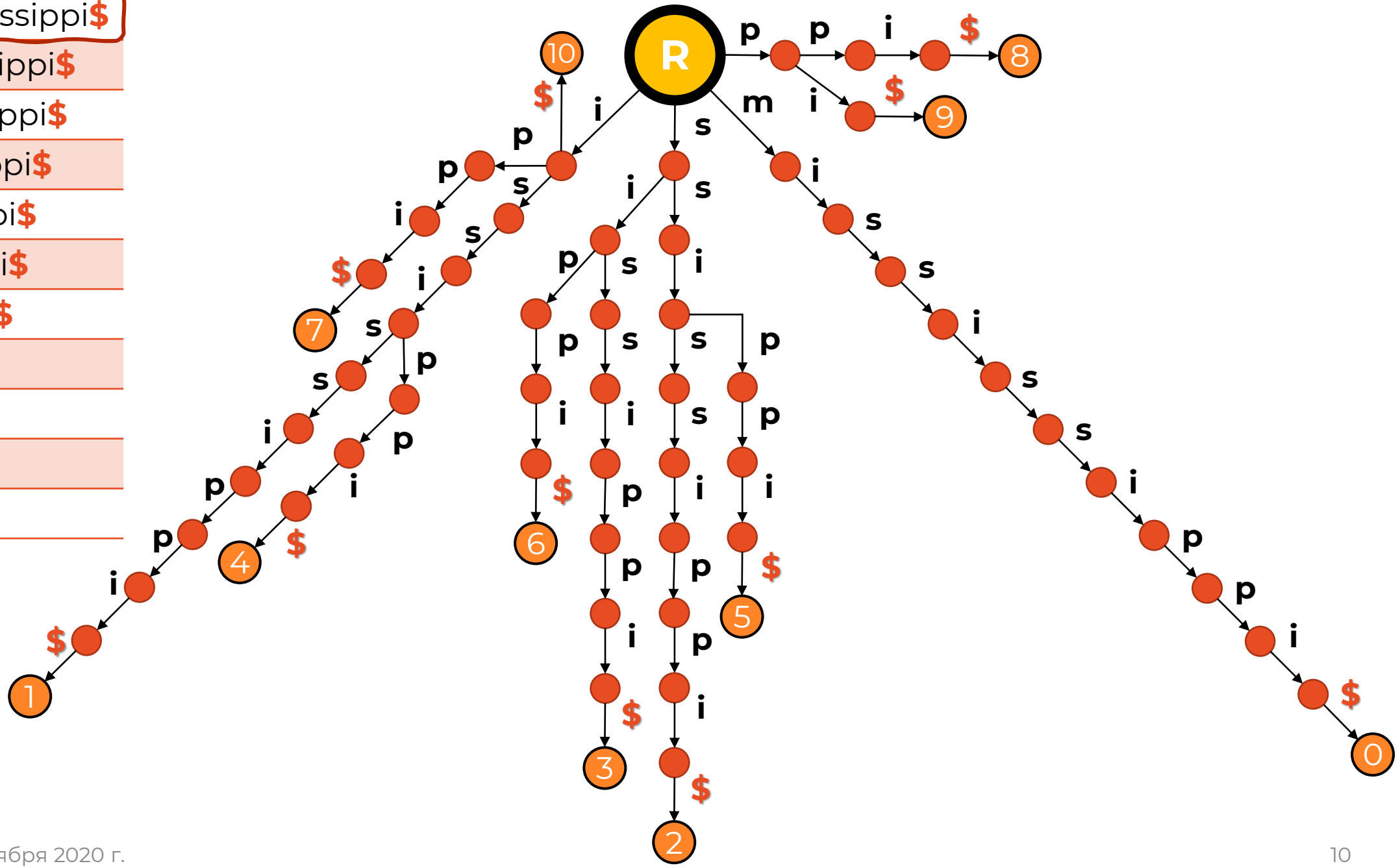
0	mississippi$
1	ississippi$
2	ssissippi$
3	sissippi$
4	issippi$
5	ssippi$
6	sippi$
7	ippi$
8	ppi$
9	pi$
10	i$

И теперь по полученной таблице строим суффиксный бор!

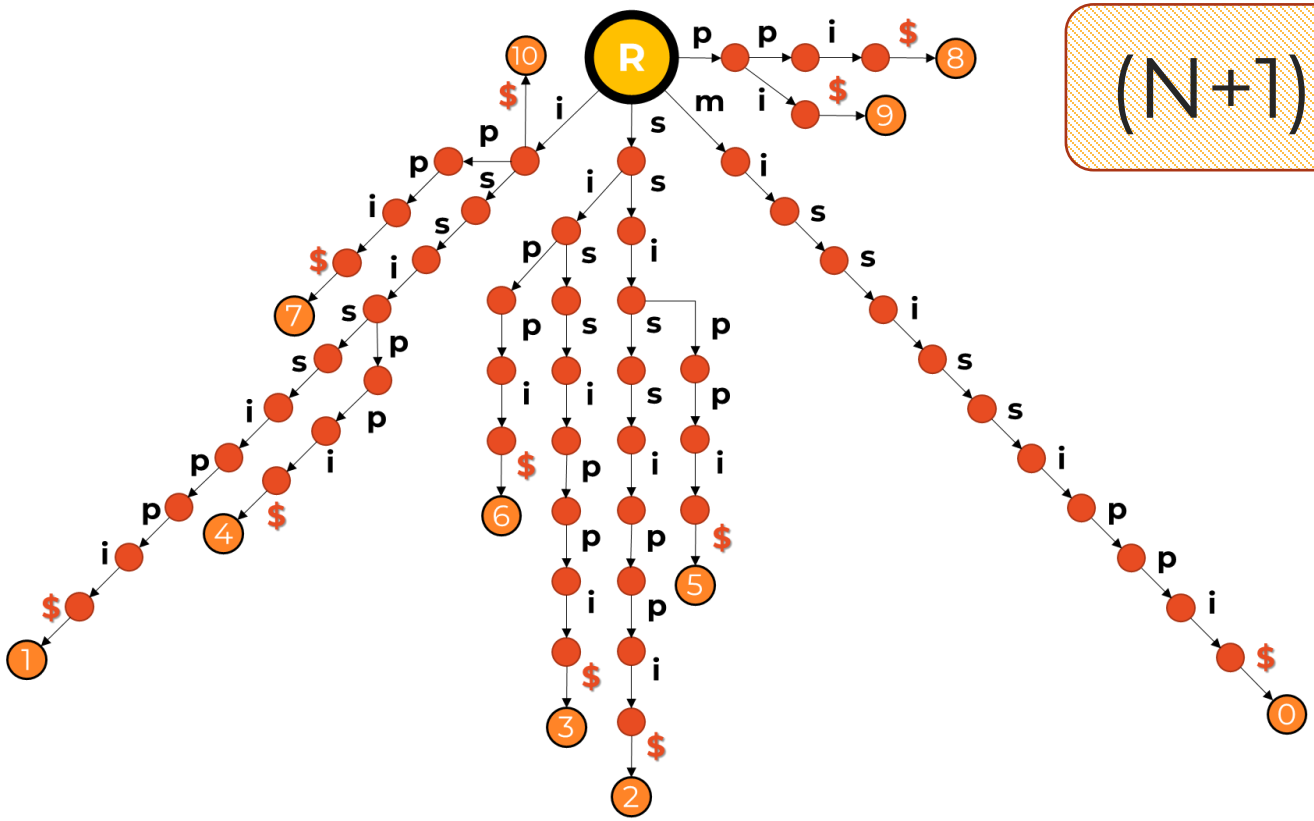


А что такое бор?

0	mississippi$
1	ississippi$
2	ssissippi$
3	sissippi$
4	issippi$
5	ssippi$
6	sippi$
7	ippi$
8	ppi$
9	pi$
10	i$



Сколько вершин в боре?



$$(N+1) + N + (N-1) + \ldots + 2 + 1$$

$$\frac{N(N+1)}{2}$$

Как долго мы строим суффиксный бор?

$O(N^2)$

Почему?

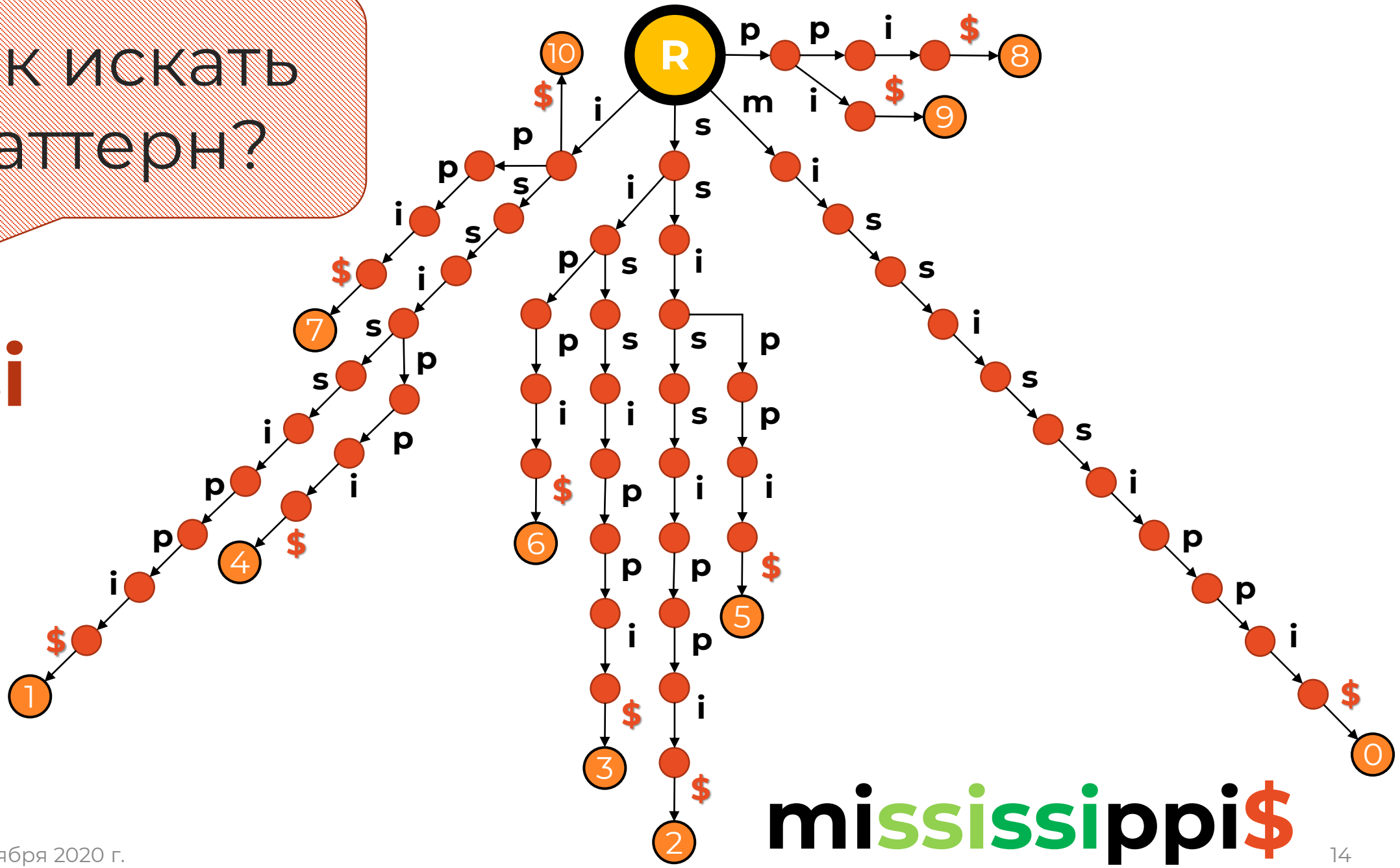
Каждый суффикс мы добавляем за **O(N)**.

А можно ли быстрее?

Нет, размер нашей структуры (в среднем) **$O(N^2)$**.

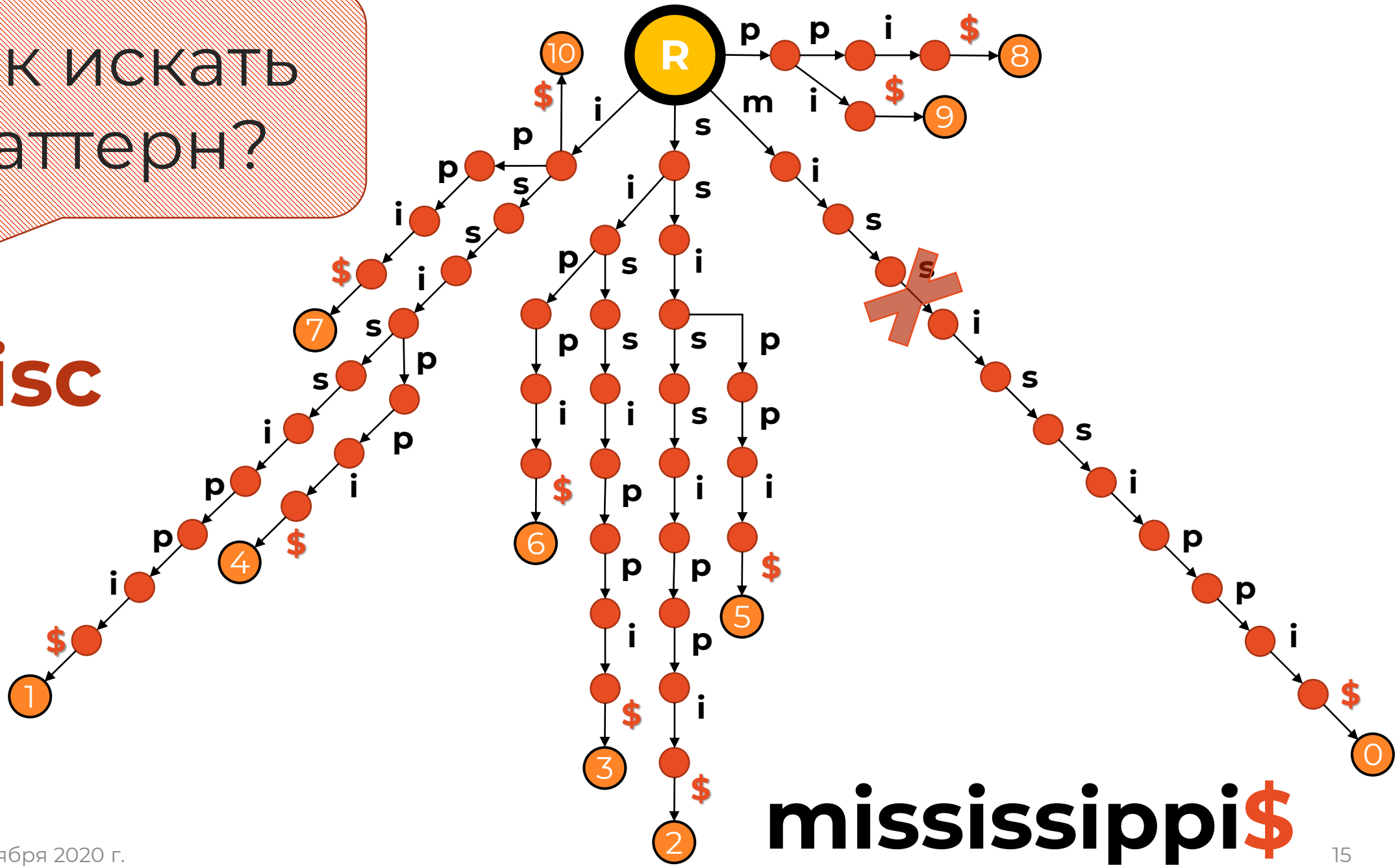
Как искать паттерн?

ssi



Как искать паттерн?

misc



Сколько ищем паттерн в плохом случае?

O(M + α(N-M)).

Почему?

Нам может понадобиться до α раз пройтись по внушительной части бора, ее глубина **O(N-M)**.

Какова асимптотика поиска паттерна с суффиксным бором?

Построение бора

$O(N^2)$

Поиск паттерна

$O(M + \alpha(N-M))$

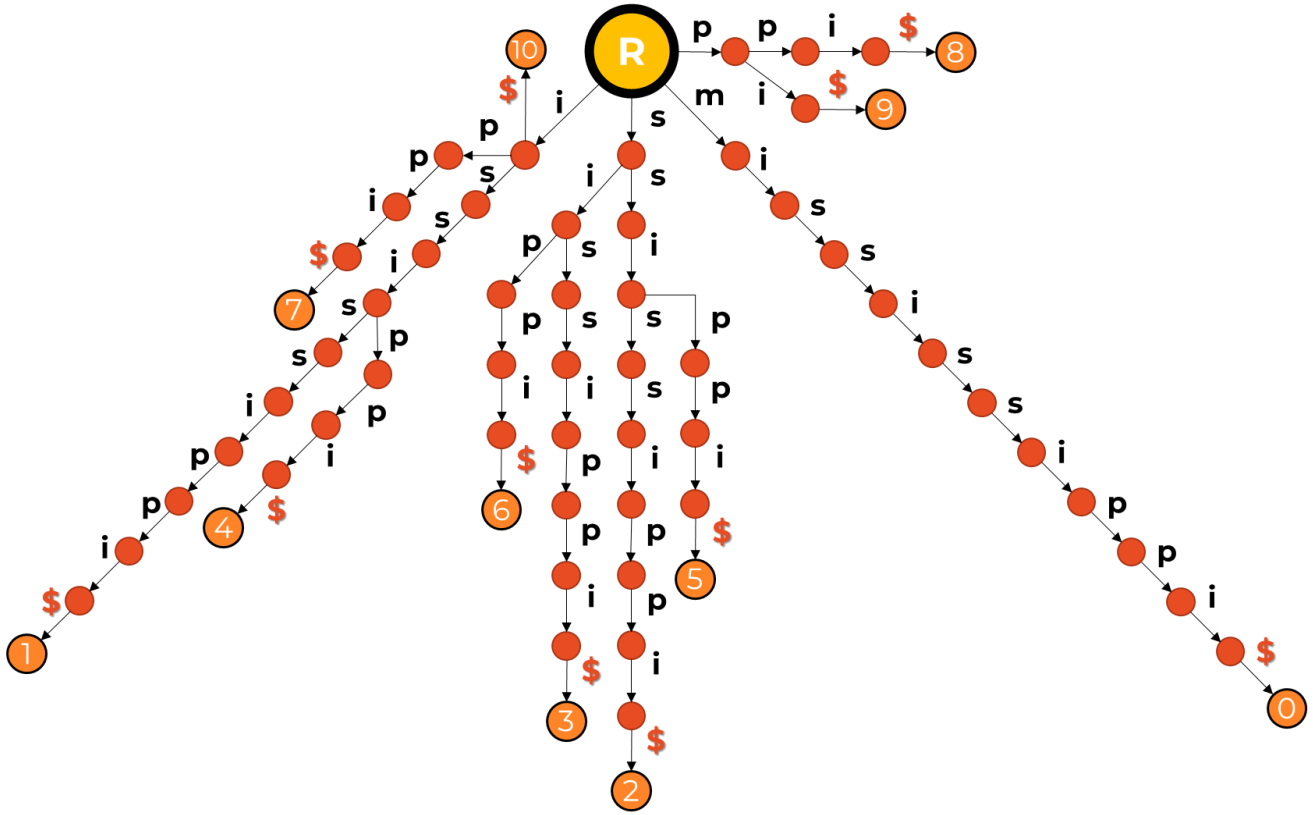
Расход по памяти

$O(N^2)$

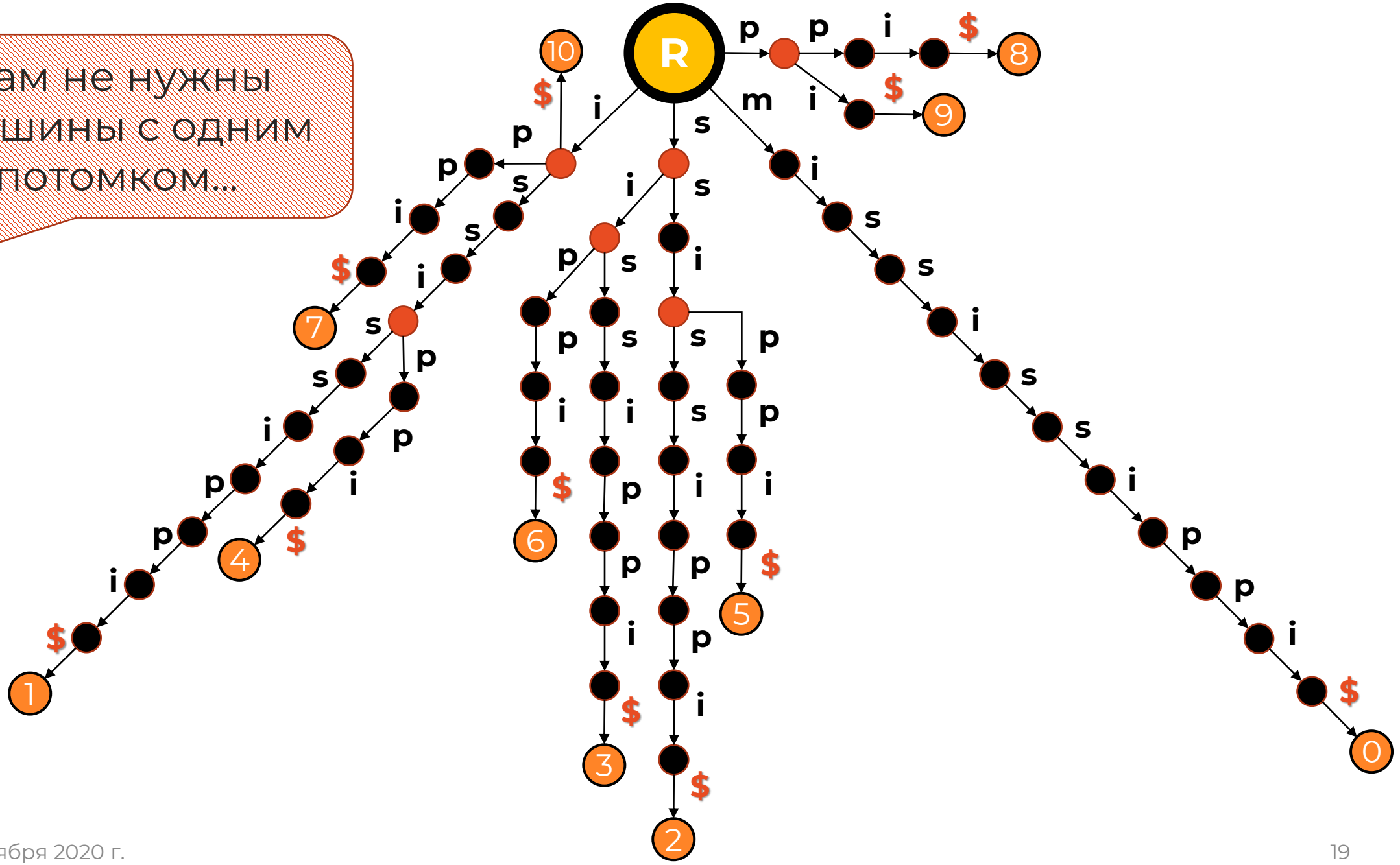
Надо улучшать!

Суффиксное дерево

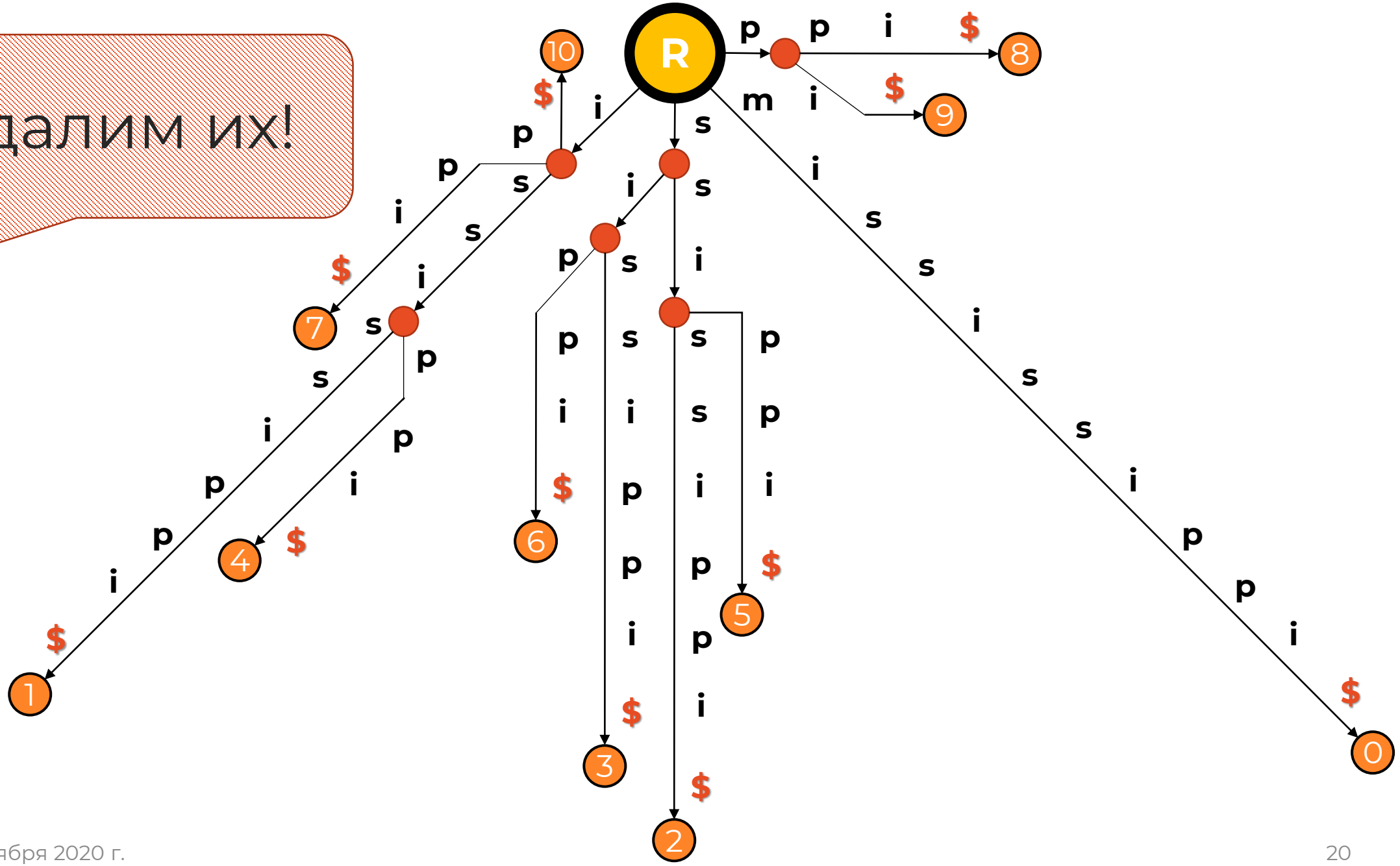
Нам не нужна большая часть вершин бора.



Нам не нужны вершины с одним потомком...

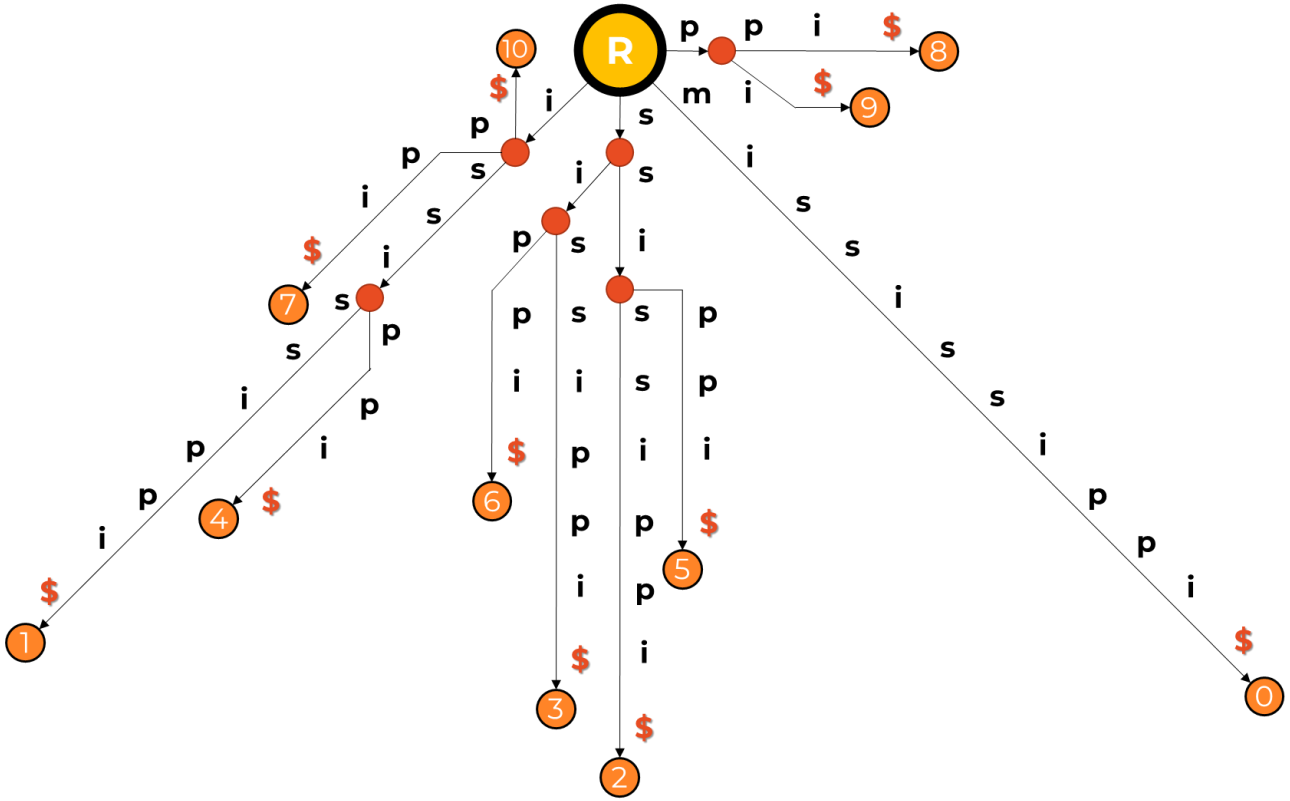


Удалим их!



Теперь на ребрах бора записаны подстроки.

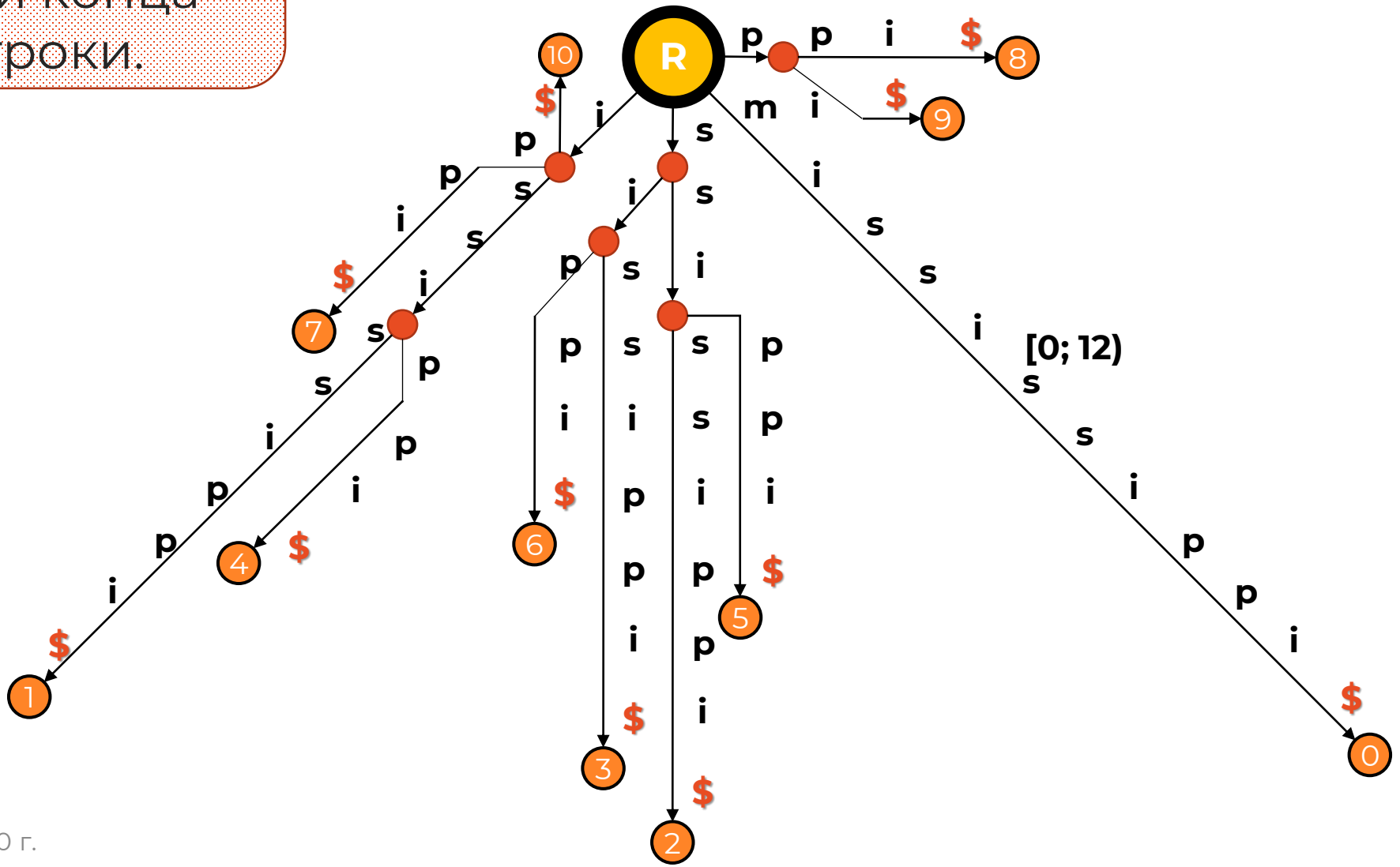
Каков размер бора?



O(N²) – мы всё еще храним подстроки.

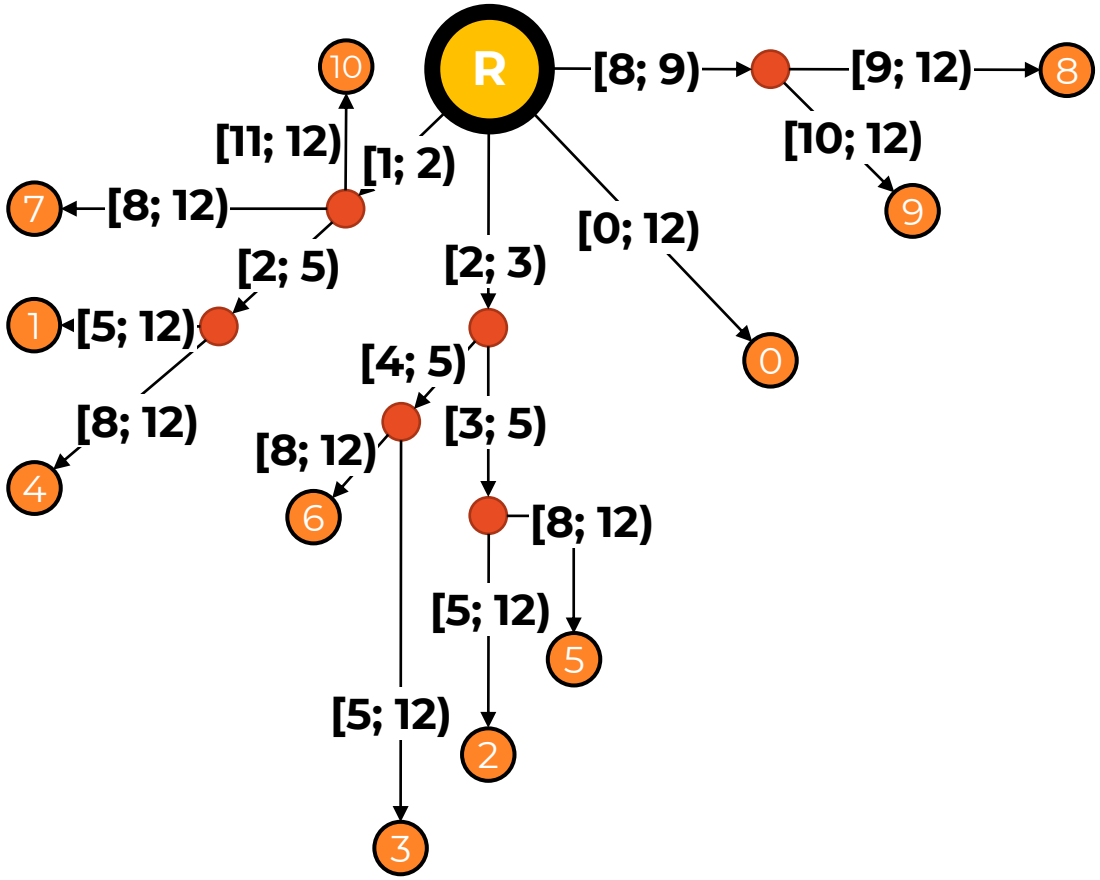
Будем хранить только позиции начала и конца подстроки.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
m	i	s	s	i	s	s	i	p	p	i	$



Такая структура называется суффиксным деревом!

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
m	i	s	s	i	s	s	i	p	p	i	$

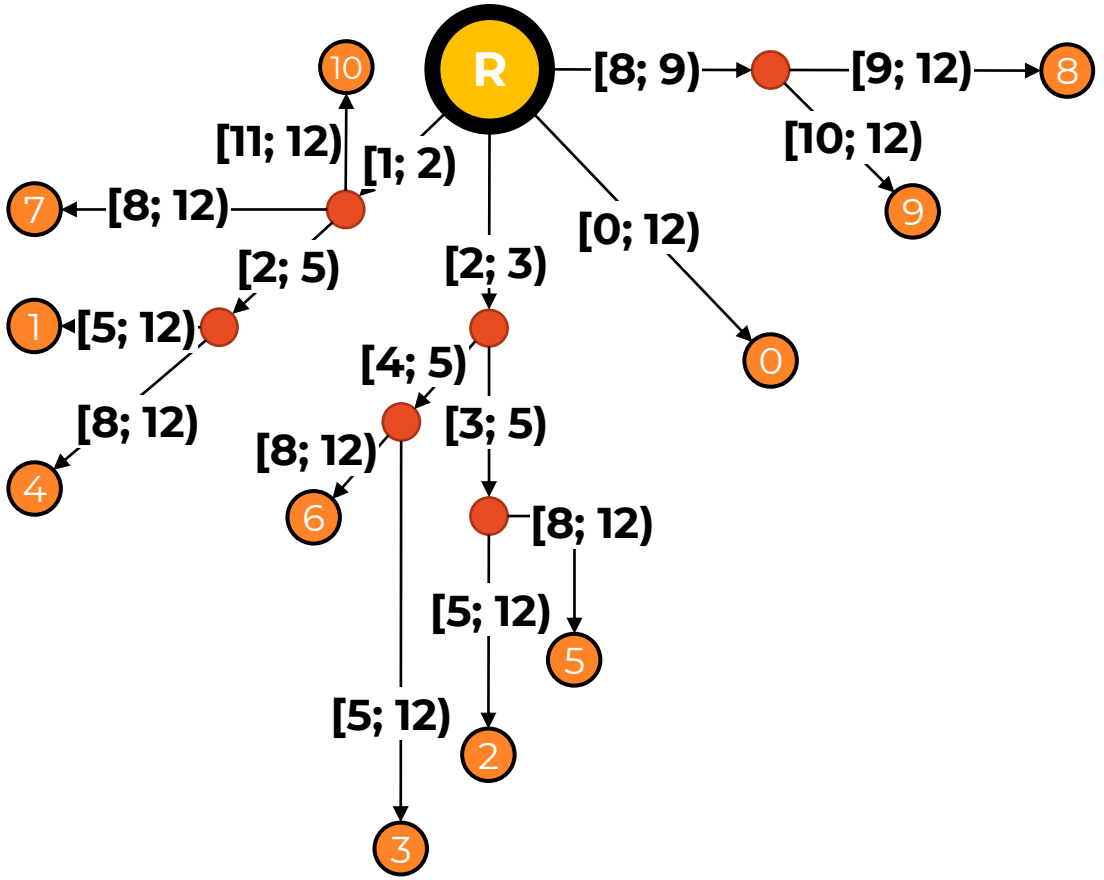


0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
m	i	s	s	i	s	s	i	p	p	i	$

Какой размер у суффиксного дерева?

Текст занимает **O(N)**.

А всё остальное?



Сколько вершин у суффиксного дерева?

?

Пусть листьев **N**. Тогда не-листьев будет **N – 1**.

Всего вершин **O(N)**.

Сколько ребер у суффиксного дерева?

?

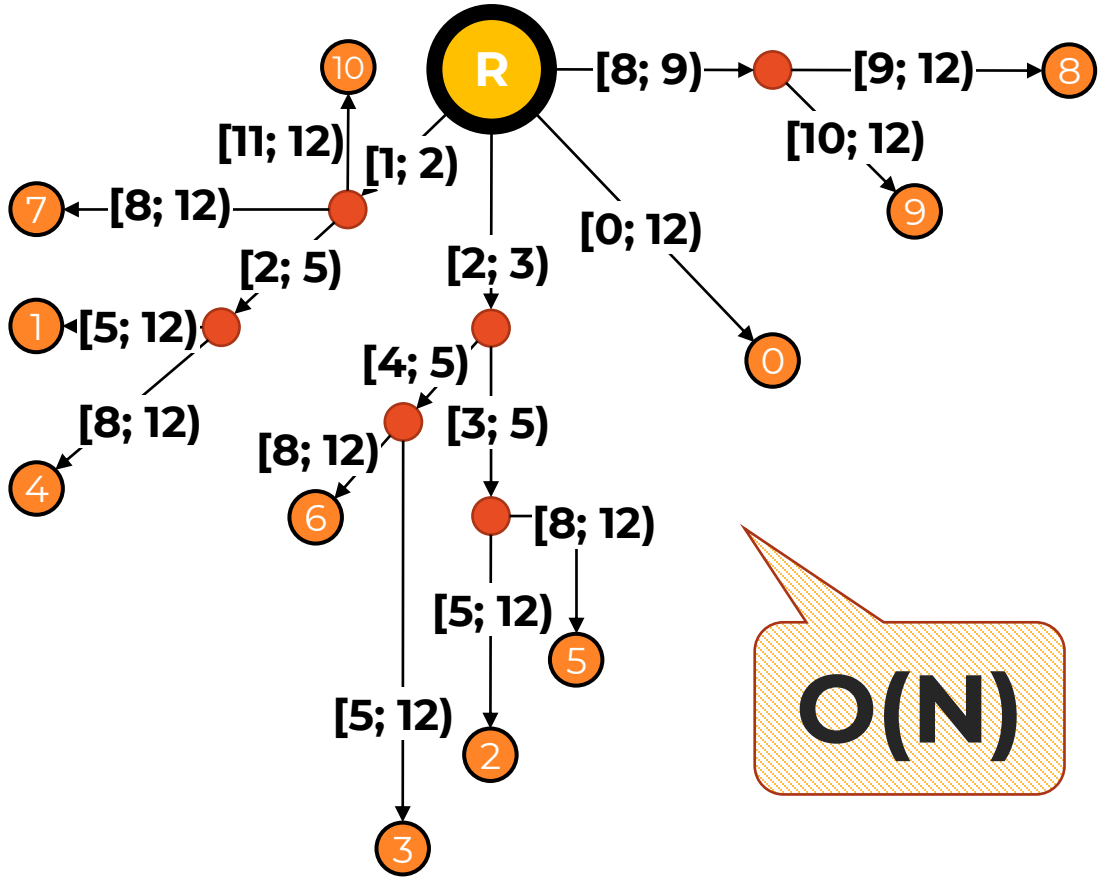
По свойству дерева, на 1 меньше числа узлов.

Всего **O(N)**.

Размер суффиксного дерева в памяти

- **O(N)** вершин
- **O(N)** ребер
- **O(N)** хэш-таблицы в вершинах (суммарно)
- **O(1)** индексы в ребре
- **O(N)** занимает паттерн

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
m	i	s	s	i	s	s	i	p	p	i	$



За какое время **наивно** строим дерево?

O(N²).

Почему?

Вначале мы добавляем суффиксы по одному. Суммарно размер суффиксов **O(N²)**.

Можно ли быстрее?

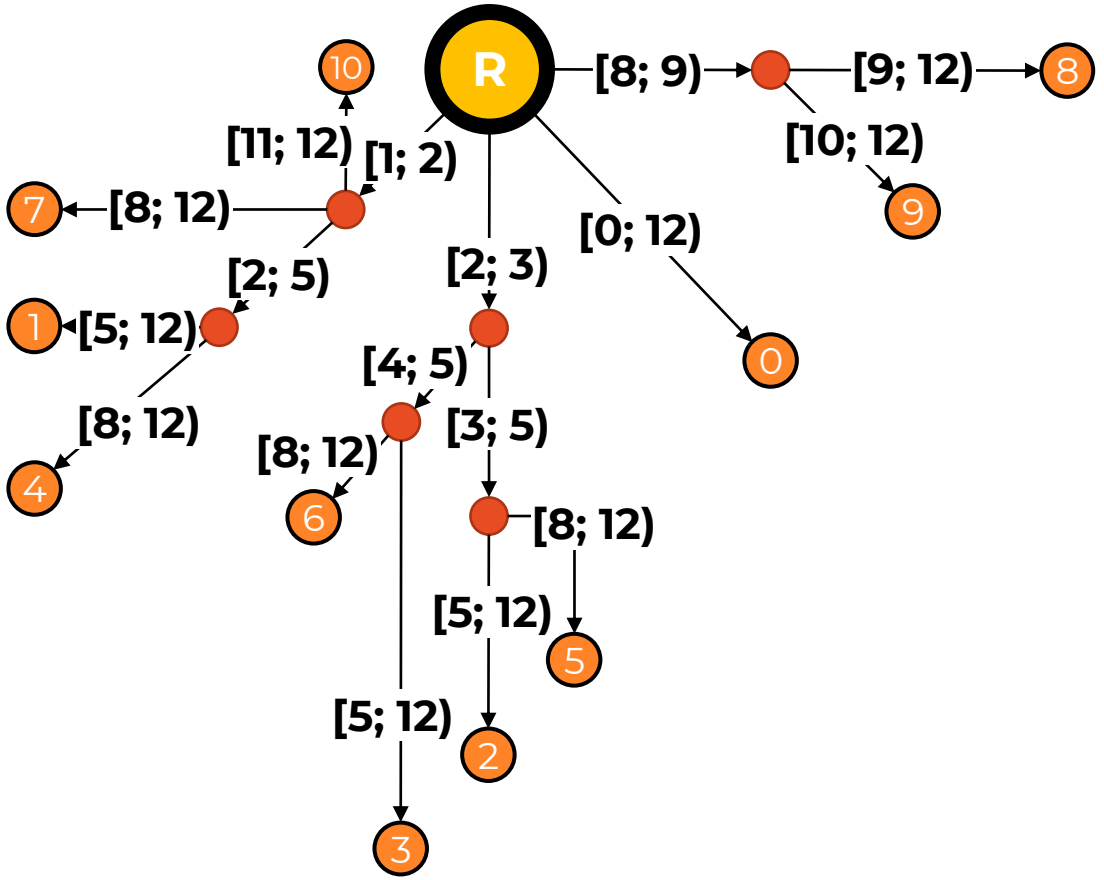
Да, алгоритм Укконена работает за **O(N)**.

Как искать паттерн?

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
m	i	s	s	i	s	s	i	p	p	i	$

Ищем паттерн **iss**

- Начинаем в корне;
- Находим ребро, начинающееся с **i**;
- Читаем символы на ребре и сравниваем с паттерном.

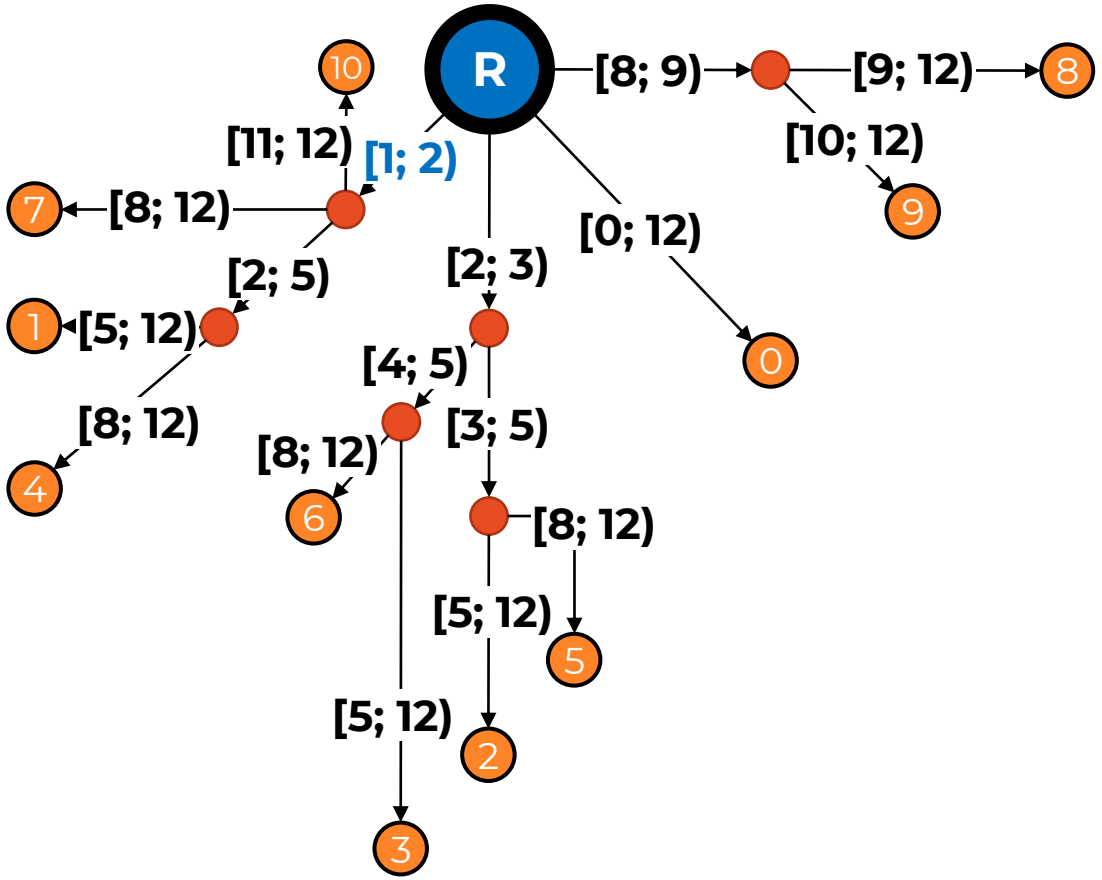


Как искать паттерн?

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
m	i	s	s	i	s	s	i	p	p	i	$

Ищем паттерн **iss**

- Ребро закончилось, переходим в вершину;
- Находим ребро, начинающееся с **s**;
- Читаем символы на ребре и сравниваем с паттерном.

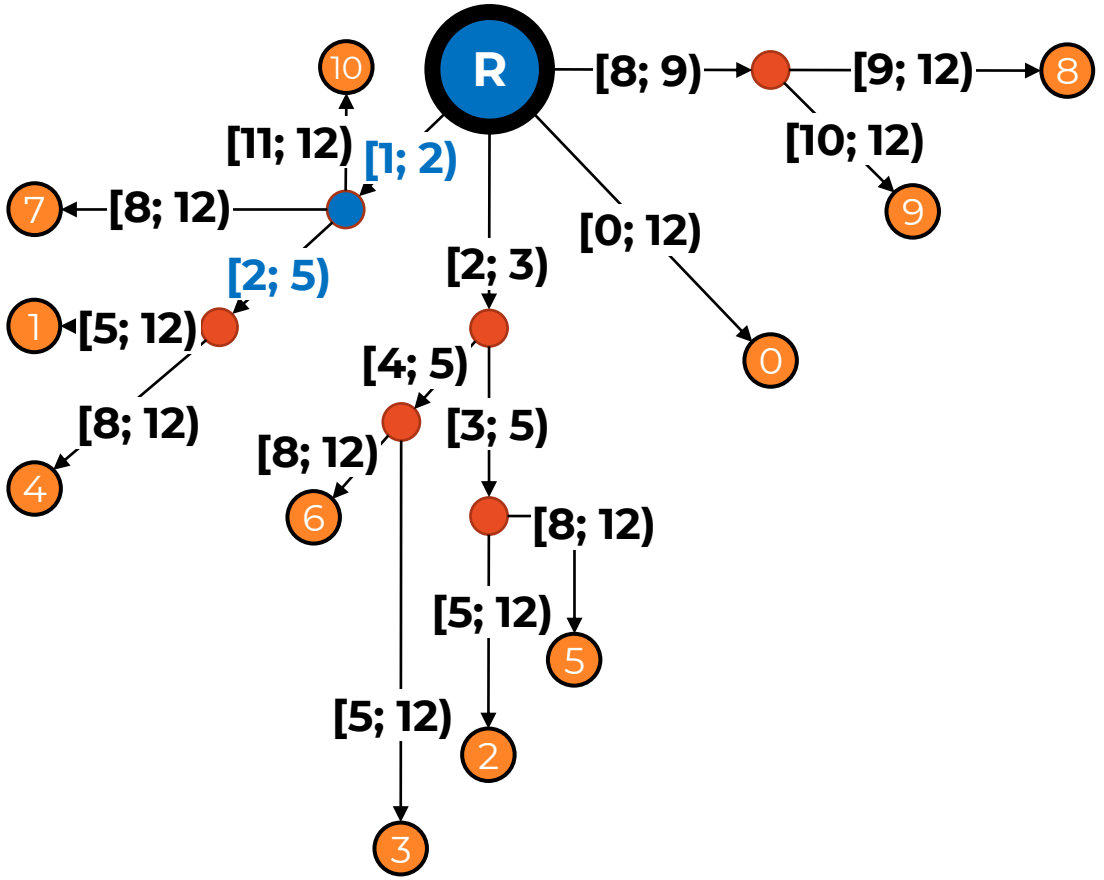


Как искать паттерн?

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
m	i	s	s	i	s	s	i	p	p	i	$

Ищем паттерн **iss**

- Паттерн закончился. От последнего ребра идем к его детям до листьев;
- Паттерн встретился на позициях 1 и 4.



Как долго ищем паттерн?

Читаем паттерн за **O(M)**, проходим по внутренним вершинам до листьев за **O(M + α)**, где α – число вхождений.

Какова асимптотика поиска паттерна с суффиксным деревом?

Построение дерева

O(N)

Поиск паттерна

O(M + α)

Расход по памяти

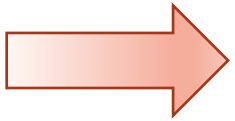
O(N)

Уже лучше :)

Суффиксный массив

Попробуем отсортировать набор суффиксов:

0	mississippi$
1	ississippi$
2	ssissippi$
3	sissippi$
4	issippi$
5	ssippi$
6	sippi$
7	ippi$
8	ppi$
9	pi$
10	i$



10	i$
7	ippi$
4	issippi$
1	ississippi$
0	mississippi$
9	pi$
8	ppi$
6	sippi$
3	sissippi$
2	ssippi$
5	ssissippi$

Суффиксный массив

Какой размер в памяти?

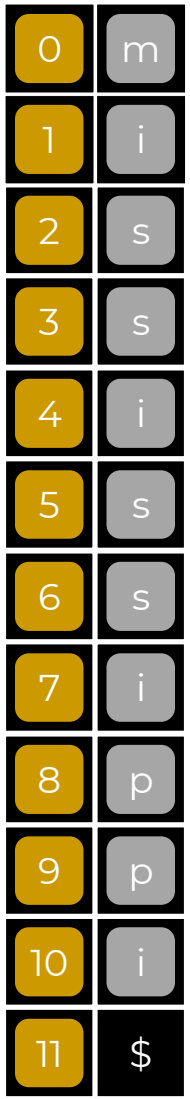
Только если хранить суффиксы явно. Но это необязательно!

$O(N^2)$

10	i$
7	ippi$
4	issippi$
1	ississippi$
0	mississippi$
9	pi$
8	ppi$
6	sippi$
3	sissippi$
2	ssippi$
5	ssissippi$

Достаточно хранить сам паттерн в **O(N)** памяти...

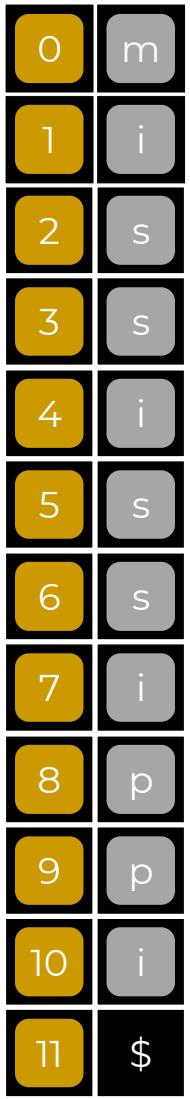
...и позиции суффиксов в отсортированном массиве – **O(N)**.



10	i$
7	ippi$
4	issippi$
1	ississippi$
0	mississippi$
9	pi$
8	ppi$
6	sippi$
3	sissippi$
2	ssippi$
5	ssissippi$

Достаточно хранить сам паттерн в **O(N)** памяти...

...и позиции суффиксов в отсортированном массиве – **O(N)**.



0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
m	i	s	s	i	s	s	i	p	p	i	$

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
10	7	4	1	0	9	8	6	3	2	5

Сколько времени занимает построение?

Сортируем за **O(NlogN)**; сравниваем строки за **O(N)**.

$O(N^2 \log N)$.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
m	i	s	s	i	s	s	i	p	p	i	$

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
10	7	4	1	0	9	8	6	3	2	5

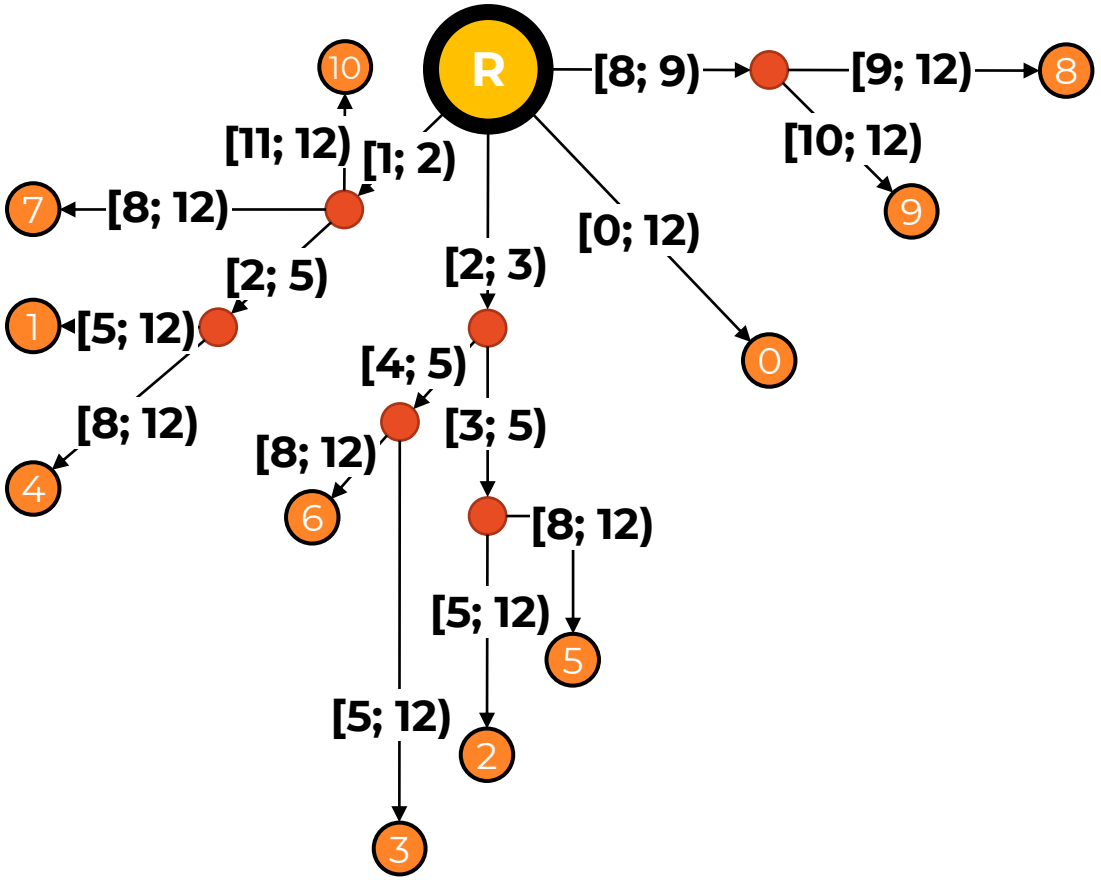
Можно ли строить быстрее, чем **$O(N^2 \log N)$**?

Существуют алгоритмы построения за **O(NlogN)**[1] и даже за **O(N)**[2].

За **O(N)** также можно построить из суффиксного дерева.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
m	i	s	s	i	s	s	i	p	p	i	$

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
10	7	4	1	0	9	8	6	3	2	5



- Идем из корня;
- На каждом шаге идем в узел, к которому ведет ребро, начинающееся с наименьшего символа.
- Узлы (кроме листьев) кладем в стек.

За какое время построили суффиксный массив?

O(N)?

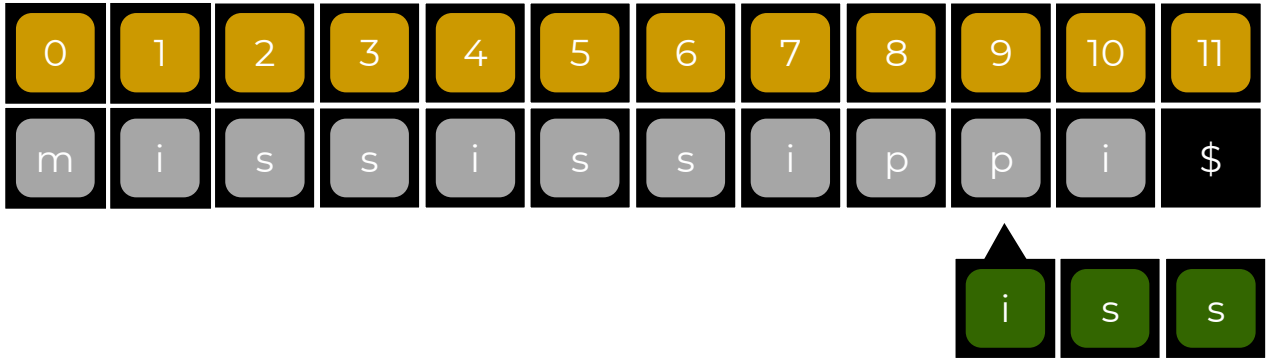
Почти. Обход дерева займет **O(N)**, только если мы умеем сортировать символы в узлах за **O(N)** // они уже отсортированы. Иначе – **O(N|Σ|log(|Σ|))**.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
m	i	s	s	i	s	s	i	p	p	i	$

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
10	7	4	1	0	9	8	6	3	2	5

Как искать в отсортированном массиве?

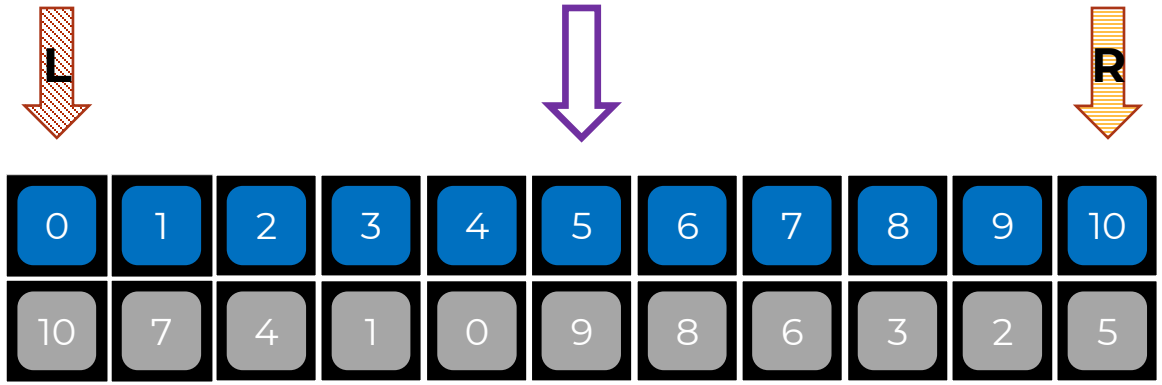
Бинарным поиском!



Ищем паттерн **iss**

- Вначале ищем левую границу вхождений;

Что делаем после этого?

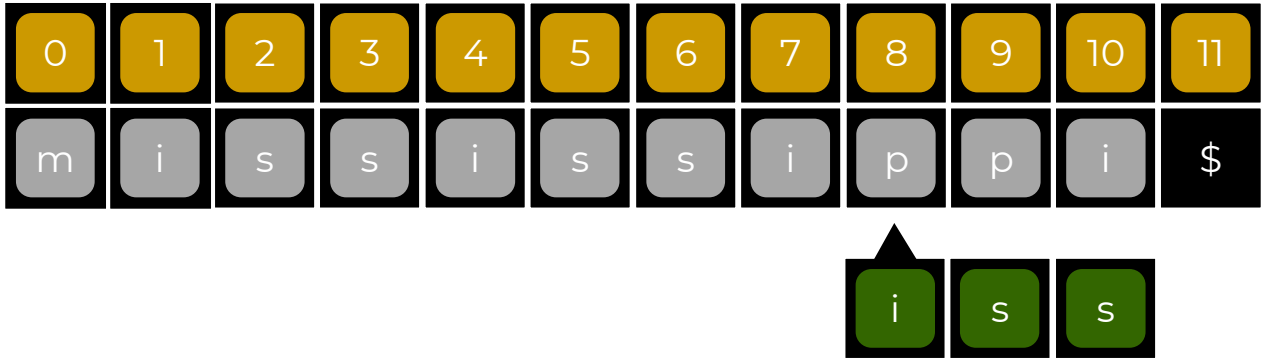


Можно последовательно сравнить суффиксы от 3 до 10 позиций?

Нет! Это приведет к времени порядка **O(MN)**.

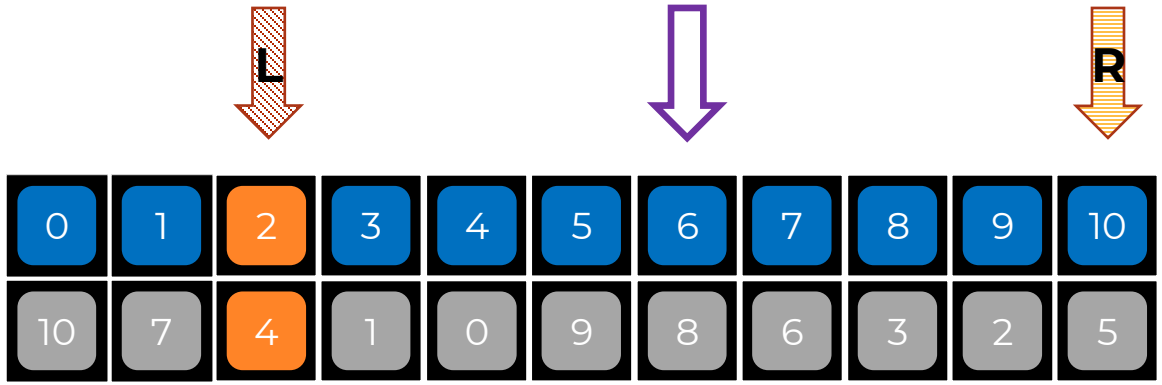
Нужно провести бинарный поиск с условием **<** вместо **≤**

Также нужно искать средний элемент по формуле (L+R+1)/2 вместо (L+R)/2.



Ищем паттерн **iss**

- Ищем правую границу вхождений.



iss входит в строку в позициях **4** и **1**.

За какое время ищем в суффиксном массиве?

O(logN)?

Да, но сравнение строк занимает **O(M)**, поэтому нам нужно **O(MlogN)** времени.

Как думаете, можно ли быстрее?

Да. Дополнительным препроцессингом можно улучшить сначала средний случай, а потом добиться асимптотики **O(logN + M)**.

habr.com/ru/post/115346/

Какова асимптотика поиска паттерна с суффиксным массивом?

Построение массива

O(N)

Поиск паттерна

O(logN + M) [+ O(α)]

Расход по памяти

O(N)

Замечательно...

Спасибо за внимание!