O-оценка

```
s = 0
for i in range(N):
    s += i
```

O-оценка

```
s = 0
for i in range(N):
    for j in range(N):
        s += i
```

O-оценка

```
s = 0
for i in range(N):
    for j in range(i):
        s += i
```

O-оценка

```
s = 0
for i in range(N):
    for j in range(i):
        if j % 5 == 0:
            s += j
```

O-оценка

```
s = 0
for i in range(N):
    if i == 5:
        break
```

O-оценка

```
s = 0
for i in range(N):
    for j in range(i):
        if j % 5 == 0:
            break
```

O-оценка

```
s = N
while s > 0:
    s -= 1
```

O-оценка

```
s = N
while s > 0:
    s = s // 2
```

O-оценка

```
for i in range(N):
        s = N
        while s > 0:
            s = s // 2
```

O-оценка

```
for i in range(N):
    s = i
    while s > 0:
        s = s // 2
```

O-оценка

```
flag = False
for i in range(N):
    s = i
    while s > 0 and not flag:
        s = s // 2
        if s == 4:
            flag = True
```

O-оценка

```
for i in range(N):
    flag = False
    s = i
    while s > 0 and not flag:
        s = s // 2
        if s == 4:
            flag = True
```

O-оценка

```
flag = False
for i in range(N):
    s = i
    while s > 0 and not flag:
        s = s // 2
        if s == 4:
            flag = True

if s ** 2 + 5 > 6:
    flag = False
```

O-оценка

```
s = 0
for i in range(N):
    for j in range(i):
        for k in range(j):
            s += 1
```

O-оценка

```
for i in range(N):
    k = 0
    for j in range(N):
        if j % 7 == 0:
            k += 1
while k > 0:
    k -= 1
```

Что можно почитать:

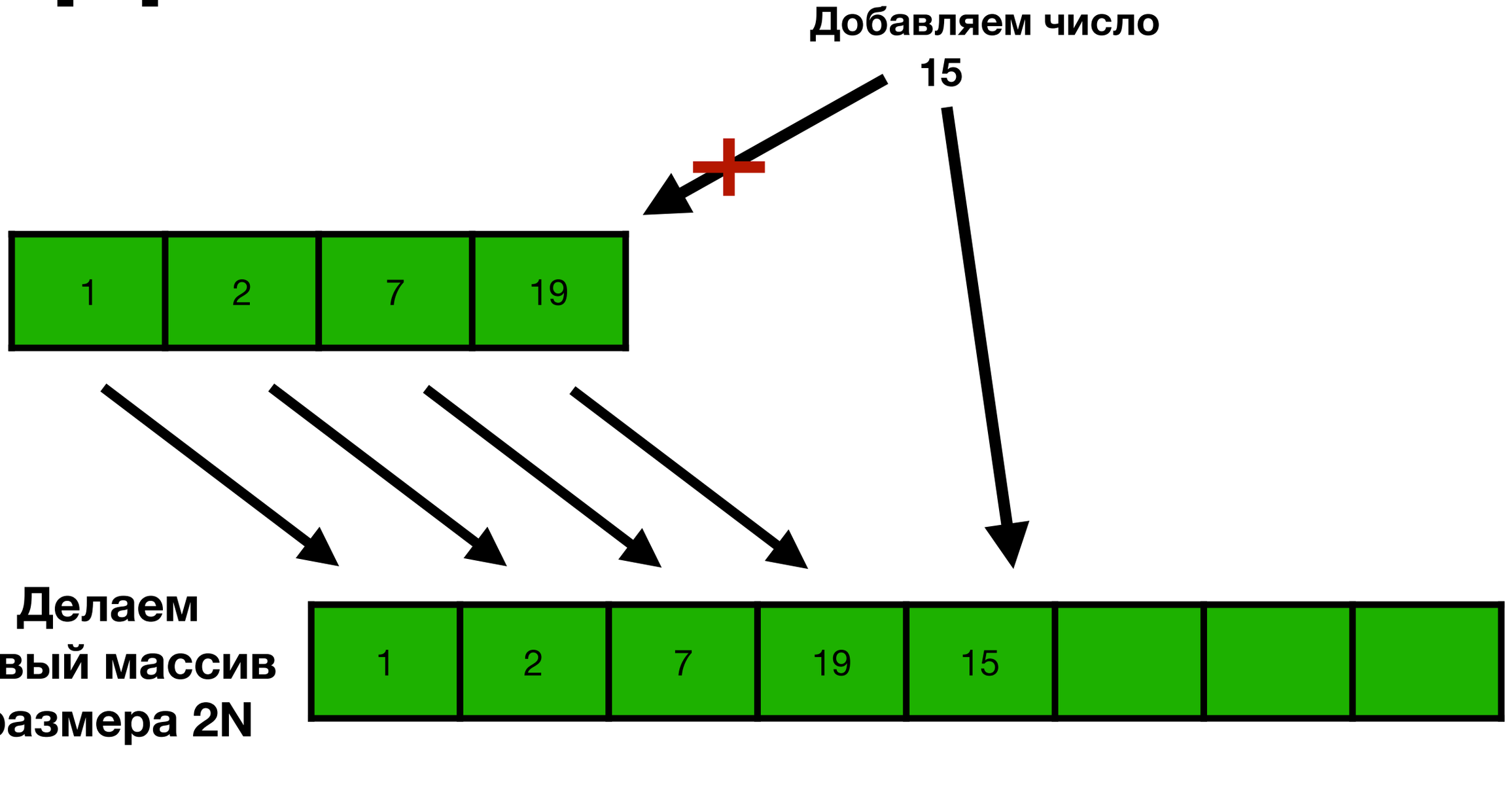
С. Скиена. **Алгоритмы. Руководство по разработке. Глава 2: Анализ алгоритмов**

Л. Лакман Макдауэлл. **Карьера программиста. Часть 6: О-большое**

Амортизационный анализ

Амортизационный анализ (англ. *amortized analysis*) — метод подсчёта времени, требуемого для выполнения последовательности операций над структурой данных. При этом время усредняется по всем выполняемым операциям, и анализируется средняя производительность операций в худшем случае.

Динамический массив



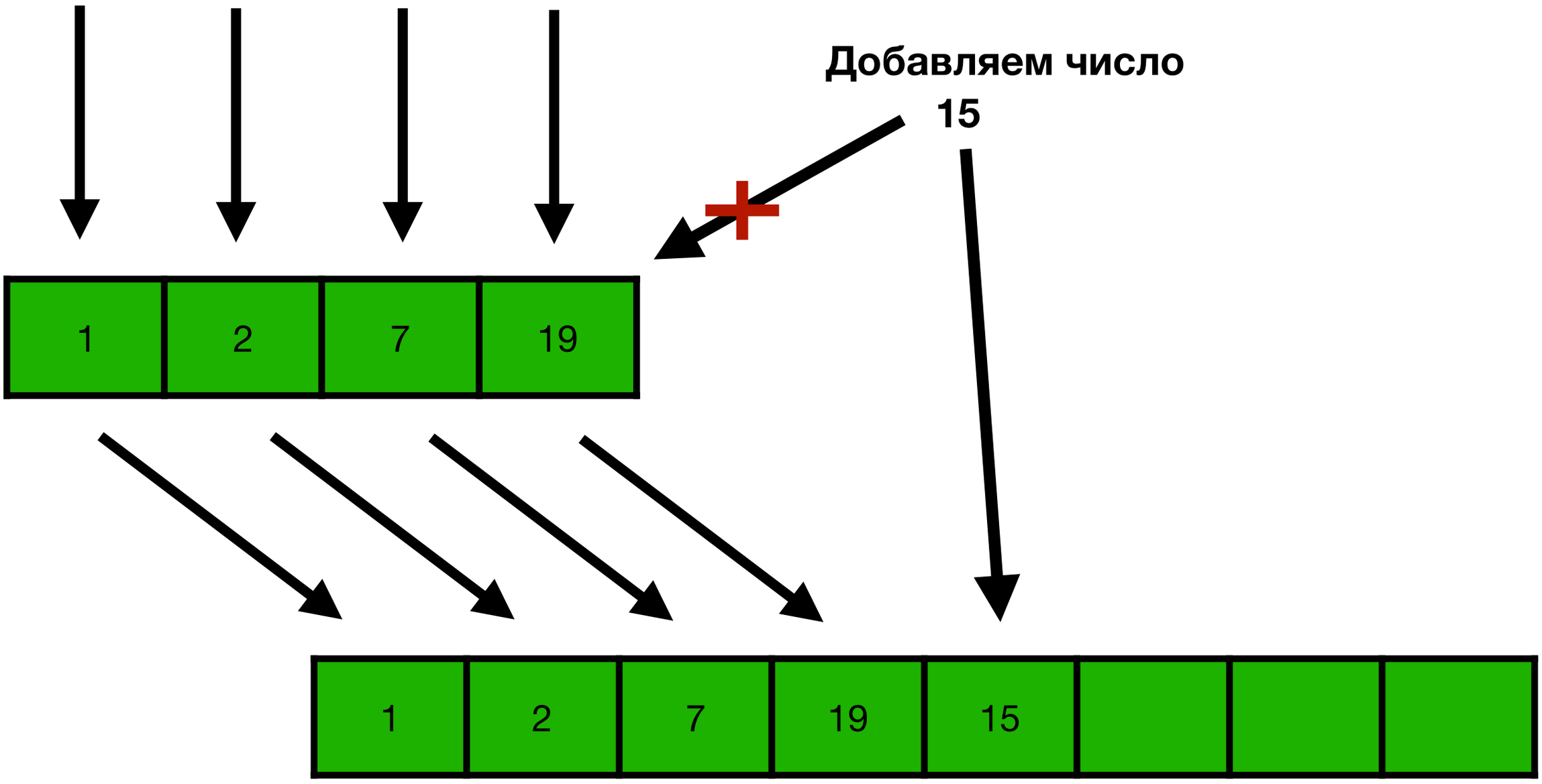
Надо скопировать N элементов - работает за O(N)

Сколько будет стоить добавить N элементов в массив в худшем случае?

Казалось бы, O(N) * N = O(N^2).

Но это неверно

Но прежде чем добавить N+1 число, нам надо было добавить N элементов, они добавлялись за O(1)



Надо скопировать N элементов - работает за O(N)

Подсчитаем, сколько в среднем на каждый элемент

$$\frac{O(N) + O(1) * N}{N+1} \approx \frac{O(N) + O(1) * N}{N} = O(1) + O(1) = O(1)$$

При этом мы не можем попасть в худший случай O(N), не пройдя случаи, когда мы добавляли за O(1).

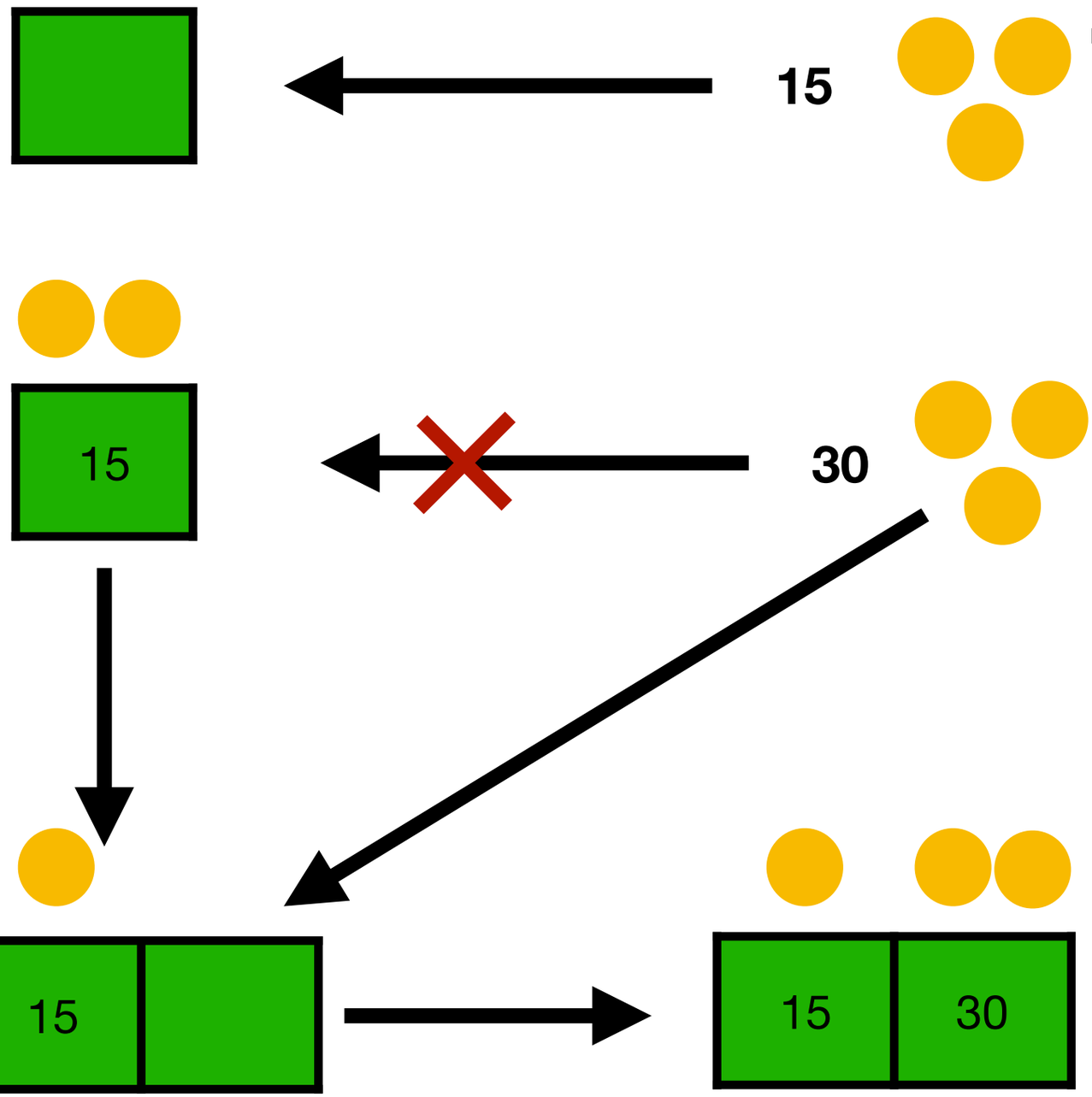
Потому добавить N элементов в массив будет стоить O(1) на каждый элемент или O(N) в целом.

Метод предоплаты (бухгалтерского учета)

Пусть каждая операция стоит сколько-то момент (платим жадному гному)
Мы не хотим в какой-то момент остаться без возможности заплатить.
Потому в какие-то моменты времени мы откладываем монеты, которые заплатим в дальнейшем.

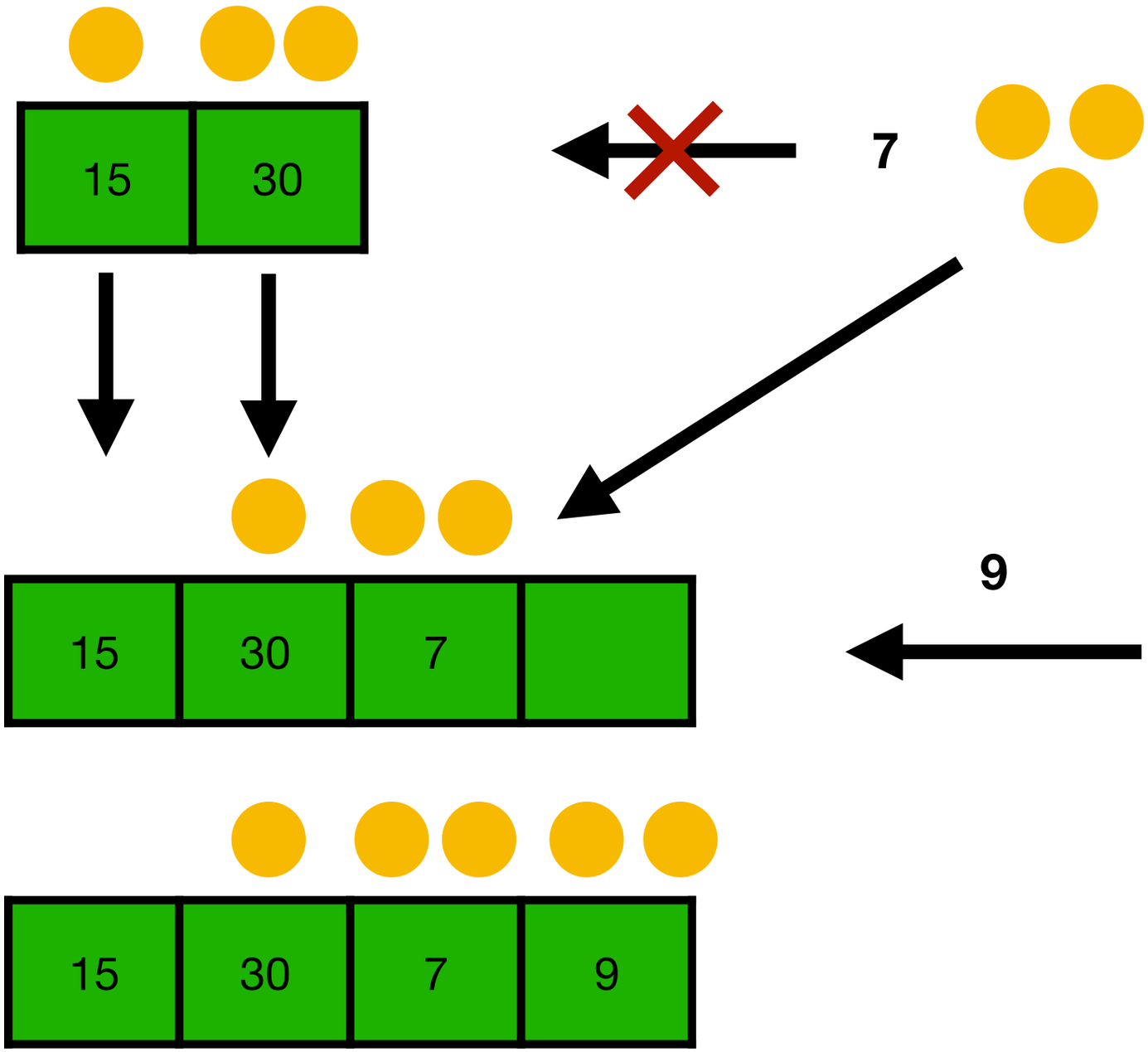
Динамический массив

Сначала имеем массив размера 1, с 1 пустым местом



Добавление будет стоить 1 монету. Будем при ПЕРВОМ добавлении элемента сразу брать три монеты, из которых одна потратится

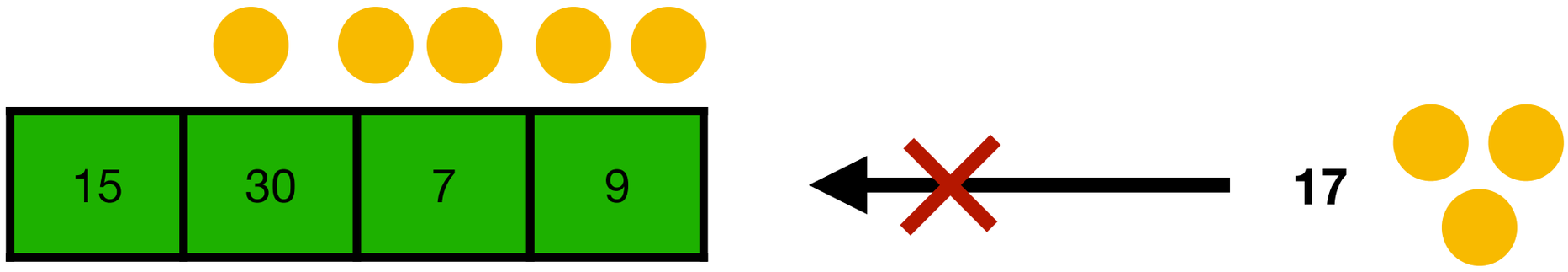
Динамический массив



Добавление будет стоить 1 монету. Будем при ПЕРВОМ добавлении элемента сразу брать три монеты, из которых одна потратится

Динамический массив

Сначала имеем массив размера 1, с 1 пустым местом

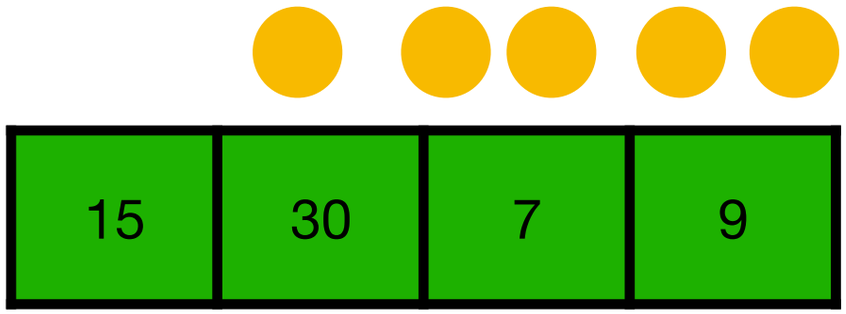


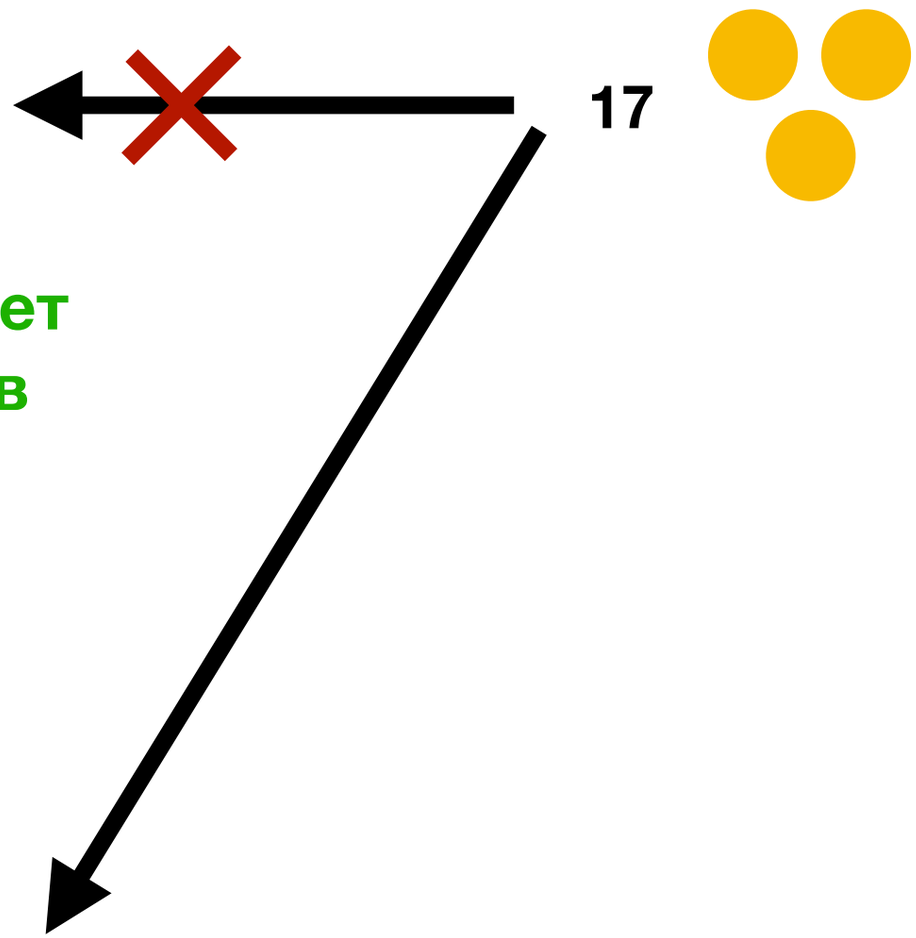
У 15 нет монеток


ПРОЛЕТАРИИ ВСЕХ
СТРАН, СОЕДИНЯЙТЕСЬ!

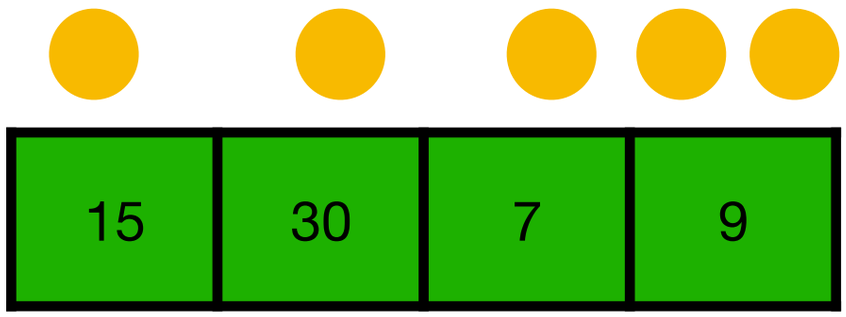
Динамический массив

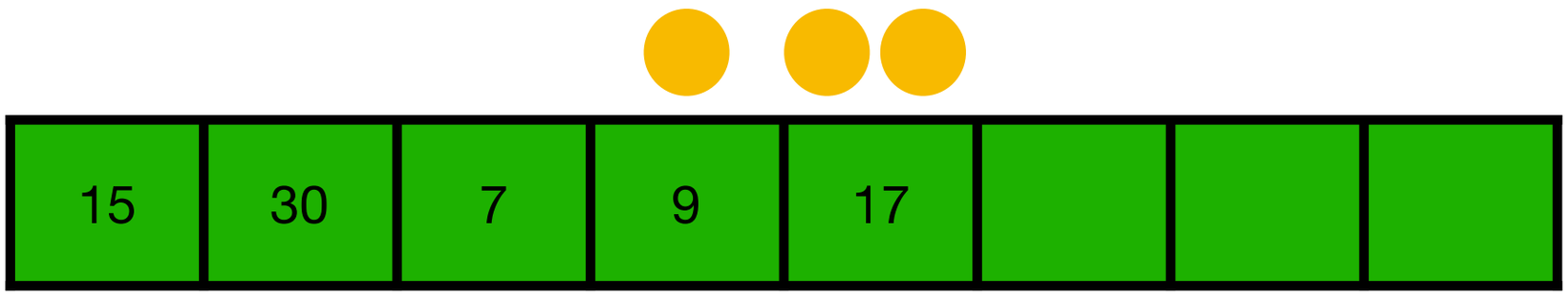
Сначала имеем массив размера 1, с 1 пустым местом





У 15 нет монеток, но с ним может поделиться один из элементов второй части массива



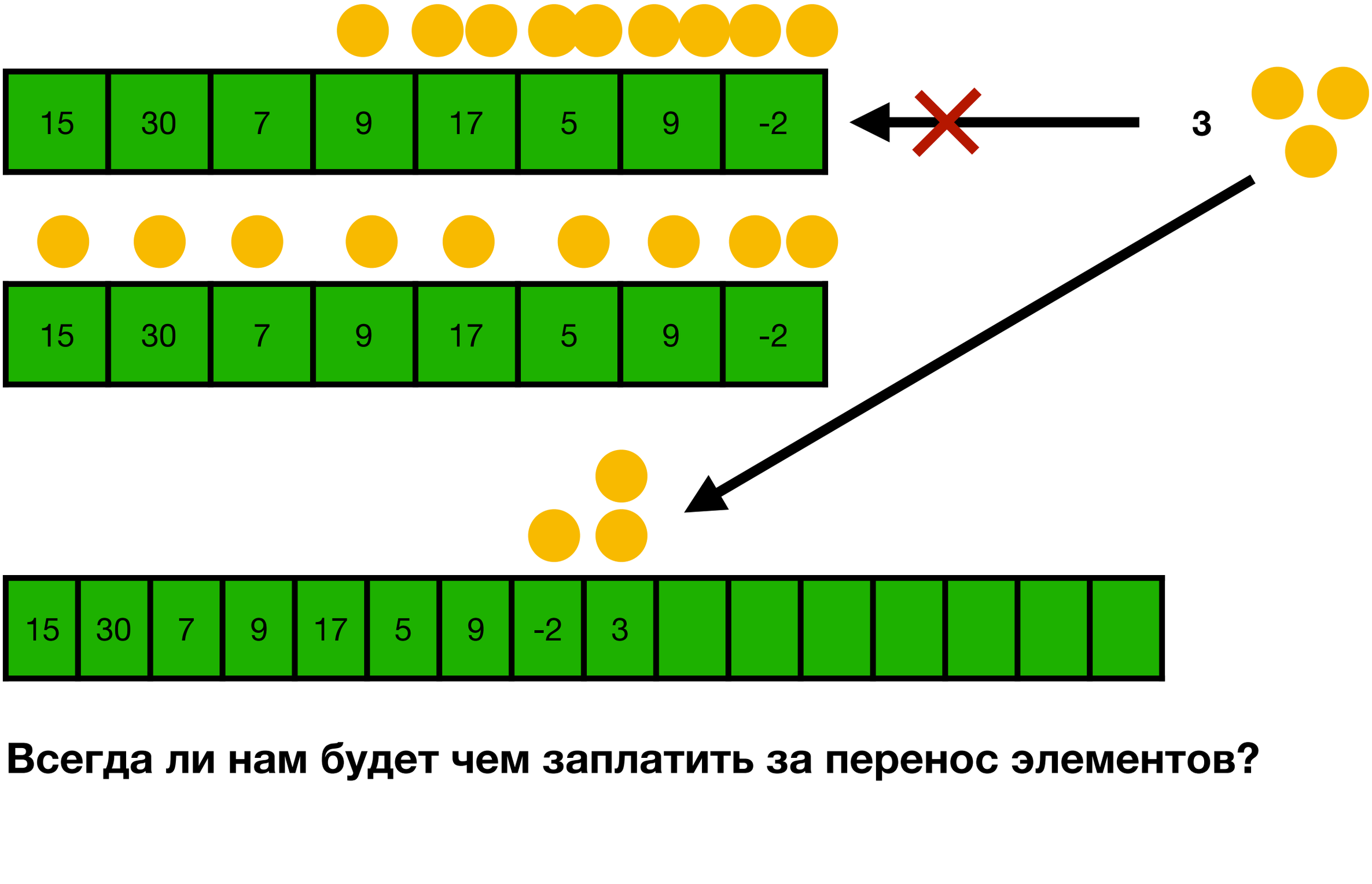


Динамический массив

Сначала имеем массив размера 1, с 1 пустым местом

Динамический массив

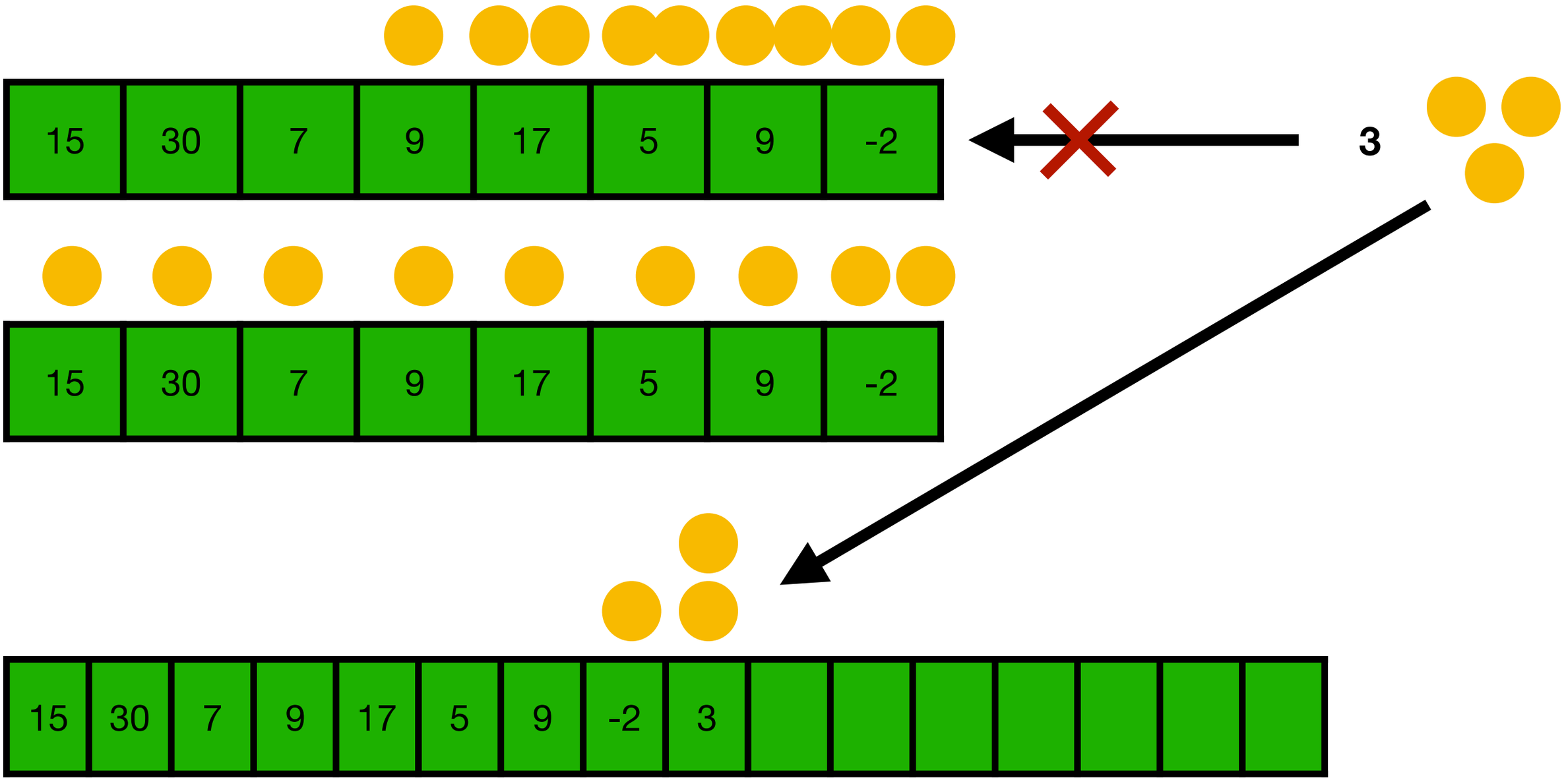
Сначала имеем массив размера 1, с 1 пустым местом



Всегда ли нам будет чем заплатить за перенос элементов?

Динамический массив

Сначала имеем массив размера 1, с 1 пустым местом



Всегда, так как у нас есть не больше N/2 без монеток и не меньше N/2 элементов с двумя монетками

Динамический массив

Таким образом, если теперь мы переведем монетки в элементарные операции, то получается, что если мы оцениваем сложность каждого из N добавлений в динамический массив как 3 O(1) операции, то наша оценка является правильной верхней оценкой.

Тогда суммарно N последовательных операций добавлен займут O(3 * N) = O(N) времени.

Говорим, что добавление в динамический массив занимает амортизационно O(1)

Что можно прочесть

- Т. Кормен, Ч. Лейзерсон, Р. Ривест, К. Штайн - Алгоритмы. Построение и анализ. Глава **Амортизационный анализ.** Разбирается 3 способа подсчета амортизационной стоимости.

Битовые операции

Все данные в компьютере хранятся в бинарном виде - набор 0 и 1.

Например, 7 хранится виде 111.
8 хранится в виде 1000.
В каком виде хранится число 17?

Битовые операции

Все данные в компьютере хранятся в бинарном виде - набор 0 и 1.

Например, 7 может храниться в одном байте в виде 00000111.
8 - в виде 00001000.
В каком виде хранится число 17?

На бинарных данных можно определить набор операций:

Отрицание

Если в бинарной записи числа до этого стоял 0, то ставим 1, иначе 0

!(00001000) = 11110111

Побитовое И

Если в обоих аргументах на соответствующих позициях 1 - 1, иначе - 0

$$\begin{array}{r} 00000111 \\ \& \; 00001010 \end{array} = 00000010$$

Побитовое ИЛИ

Если хотя бы в одном аргументе на соответствующих позициях 1 - 1, иначе - 0

$$\begin{array}{r} \mathbf{00000111} \\ \mid\ \mathbf{00001010} \end{array} = \mathbf{00001111}$$

Побитовое ИСКЛЮЧАЮЩЕЕ ИЛИ (XOR)

Если ровно в одном из аргументов на соответствующих позициях 1 - 1, иначе - 0

```
  00000111
^ 00001010
= 00001101
```

Сдвиг влево

00000111 << 1 = 00001110

00000111 << 3 = 00111000

00000111 << 7 = 10000000

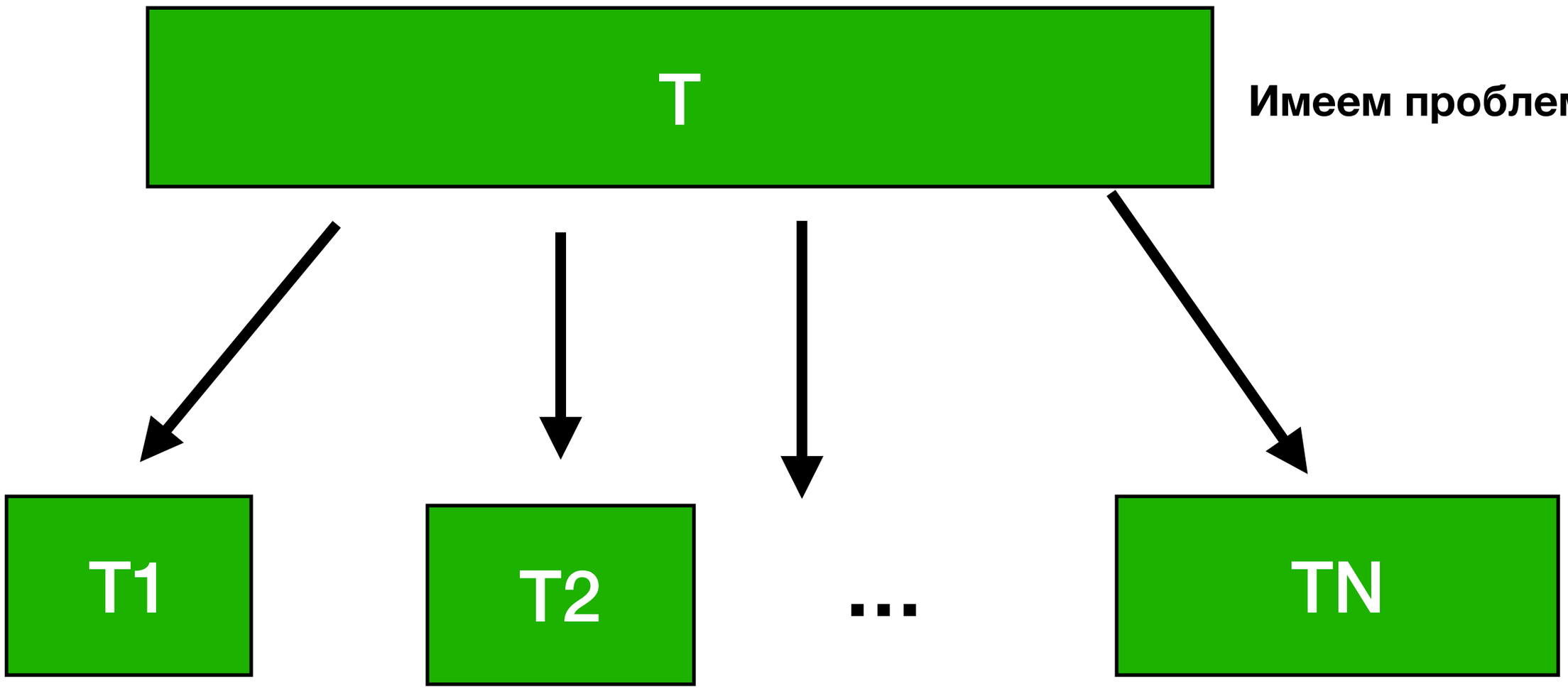
Сдвиг вправо

00001011 >> 1 = 00000101

00001011 >> 3 = 00000001

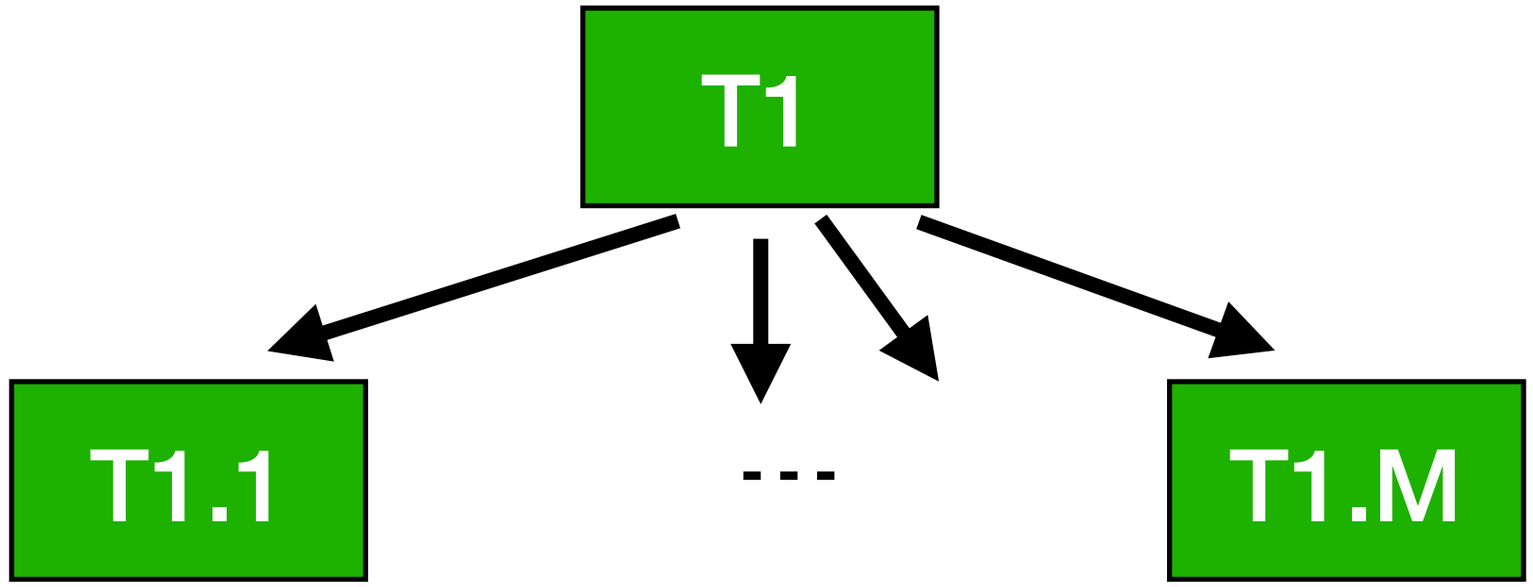
00000111 >> 7 = 00000000

Стратегия “разделяй и властвуй”

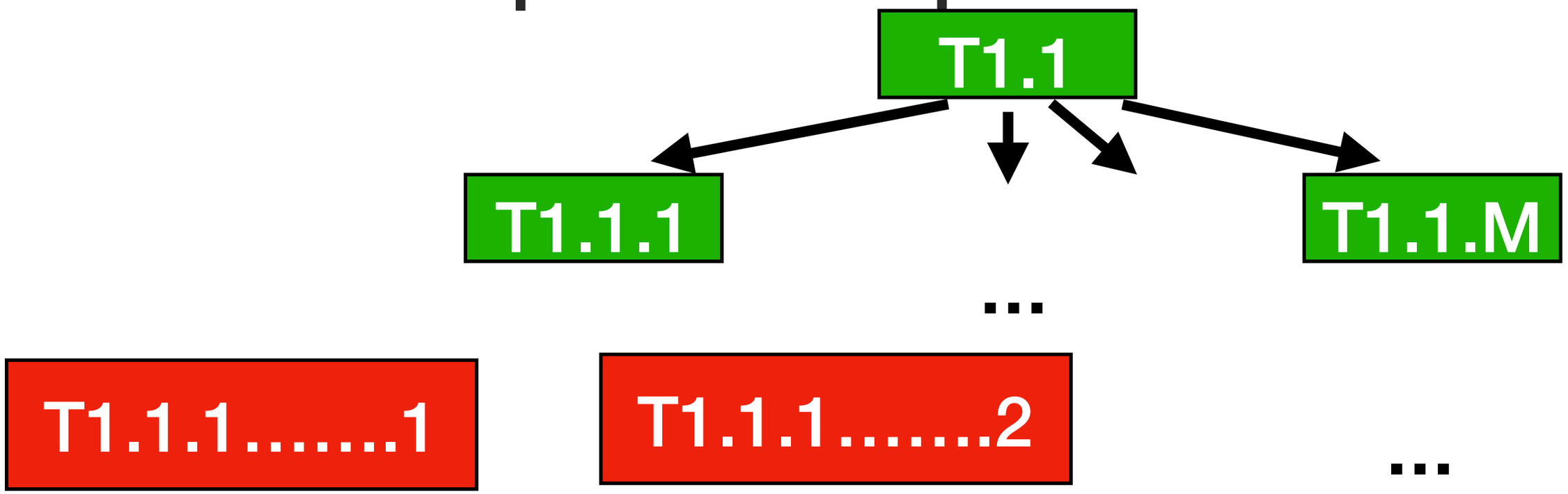


Имеем проблему T

Divide - разделим
на несколько проблем поменьше

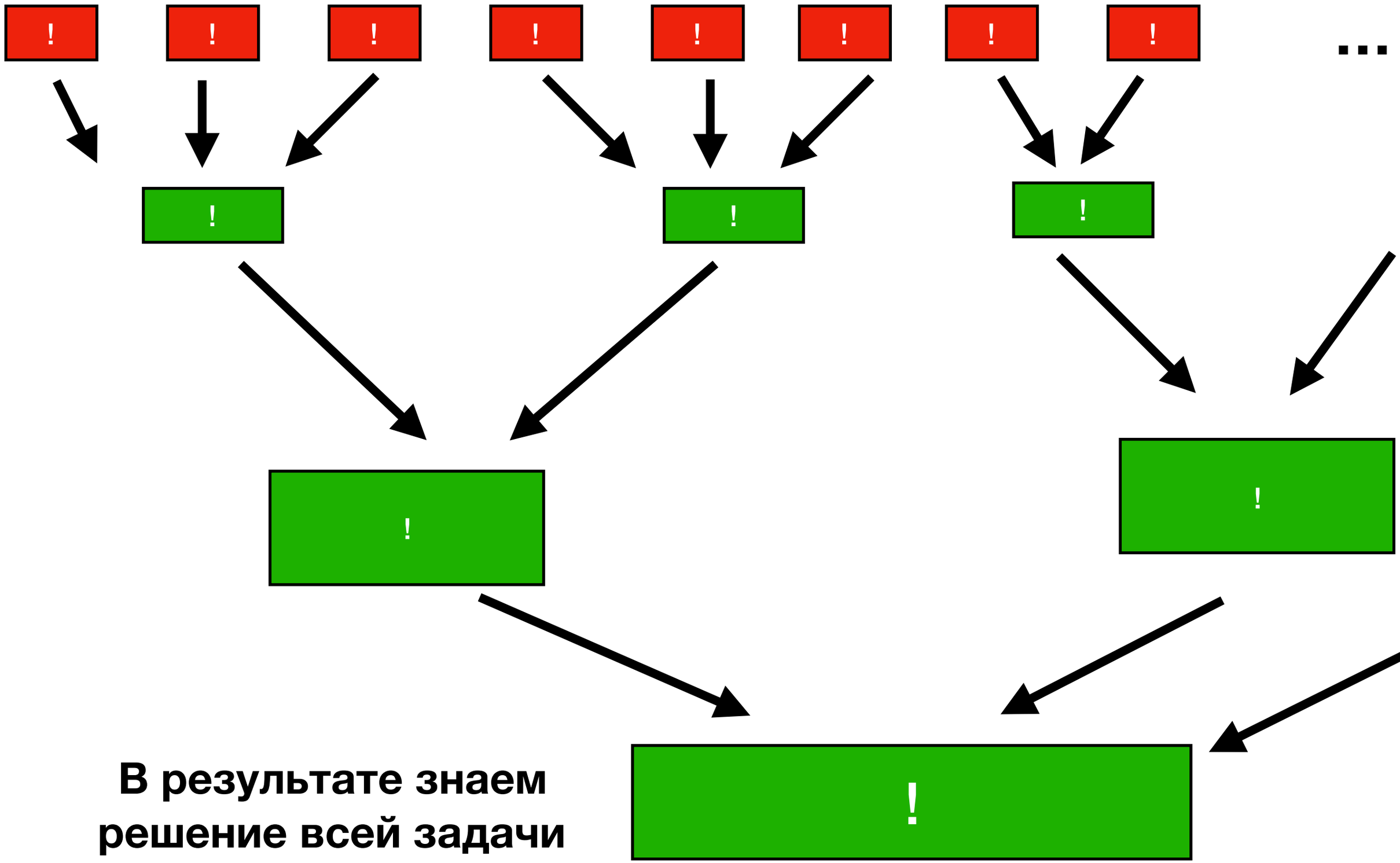


Conquer - будем разбивать получившиеся проблемы на подчасти пока не получим части настолько малые, что для них мы имеем тривиальное решение



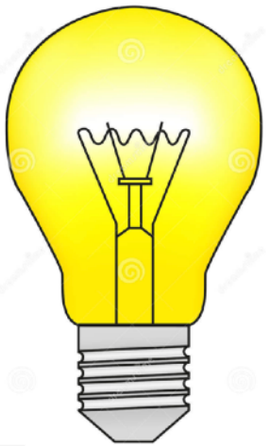
Эти проблемы знаем как легко решать

Combine - объединяя ответы на маленькие подзадачи, получаем ответы для больших



В результате знаем решение всей задачи

Какой алгоритм из уже изученных в курсе использует эту стратегию?



Бинарный поиск

Есть ли 7 в массиве?

0	1	2	3	5	5	7	10

3 < 7 ?

3	5	5	7	10

5 < 7 ?

7	10

7 < 10 ?

0	1	2

Тривиальное решение:
Так как все элементы здесь меньше либо равны 3, то 7 среди них нет

3	5

Аналогично

7

Массив длины 1, можем легко проверить, если ли искомый элемент просто сравнив

10

Аналогично

Бинарный поиск